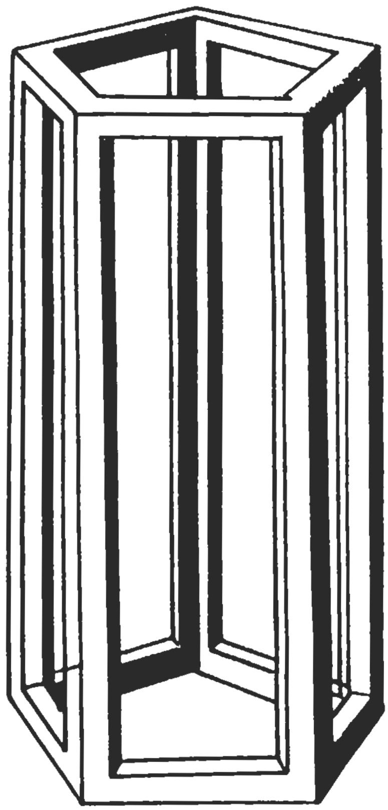
Platón:
Matemática y Dialéctica



Alberto Relancio Menéndez.
Profesor de Filosofía.
I.B. Los Realejos.

Etapas de la Matemática Griega Preuclidiana

Las matemáticas griegas preuclideas se reconstruyen por relación a un término "post quem", la obra clave de Euclides, los *Elementos,* y un término "ante quem" que son las matemáticas egipcias y babilónicas.

Habría que dividir varios periodos.

En un primer periodo, que empieza en el siglo VI y se termina hacia la mitad del V, las matemáticas se desarrollan bajo la dirección de los filósofos milesios, pitagóricos y eléatas.

Proclo atribuye a Tales cuatro proposiciones del libro primero de los *Elementos*. Pitágoras -o el círculo pitagórico- hizo de la geometría una disciplina liberal, remontándola a principios superiores, y buscó los teoremas de manera abstracta y de forma puramente intelectual; a él se debe el descubrimiento de los irracionales y la construcción de las figuras del cosmos -según refiere Eudemo-. Se convierte, entonces, la matemática en ciencia estricta.

Un segundo periodo iría de la segunda mitad del siglo V a principios del siglo IV, con varias escuelas. Los centros principales estarán en Quíos (con Hipócrates), Cirene, Megara, y, al final, Atenas, en torno a figuras como Protágoras (y otros sofistas) y Sócrates. En el siglo IV sobre todo en el seno de la Academia platónica, y luego en Cízico, con la Escuela de Eudoxo de Cnido (manteniéndose relaciones con la segunda generación de pitagóricos, como Arquitas de Tarento, de la Magna Grecia y Sicilia).

Un tercer periodo, que correspondería al resto del siglo IV, hasta entroncar con el comienzo de la etapa helenística y con la obra de Euclides -alrededor del 300 a.C.-, está bajo la autoridad de Aristóteles y sus seguidores, que, de una u otra forma, sigue manteniendo la instrucción matemática, aunque no sea un centro activo de investigación como la Academia.

Platón y la matemática

«No le fue extraño ni oculto ninguno de los problemas que preocupaban a los matemáticos de su época. No ignoró ni los descubrimientos de Teodoro,ni las aportaciones de Teeteto a la teoría de los números irracionales y a la de los poliedros regulares, ni, desde luego, los trabajos de Eudoxio, que dominaban el pensamiento matemático del siglo IV.»

La opinión anterior sobre Platón es expresada por P.H.Michel y P.Louis, en la *Historia de las ciencias* dirigida por R. Taton. Los conceptos matemáticos -dicen dichos autores- no son captables por generalización de los sentidos sino por una captación intelectual directa sobre los objetos de las definiciones. Todo se hace descansar en el concepto,y la definición da al objeto su forma estática, absoluta, su naturaleza, su esencia, fuera de las apariencias. "El objeto que este se propone -el matemático- es expresar relaciones estables o fijas entre objetos sustraídos a todo cambio".

Los números irracionales obligaron a ampliar el concepto de ser, ya que el número discreto ya no lo abarcaría todo; para que la diagonal del cuadrado se determine, exista, -exista lógicamente-, sólo tiene que ser definida de forma correcta. La construcción geométrica posible con los irracionales, las definiciones de Teeteto y, sobre todo, la nueva concepción del logos matemático de Eudoxo llevan al campo de la nociones estables las magnitudes irracionales, al campo de la ciencia.[1]

Las hipótesis es lo que está a la base del razonamiento, los datos fundamentales que encontramos en nosotros mismos, que son los primeros principios de la ciencia, no los primeros principios en el conocimiento absoluto. El parentesco entre la dialéctica y la matemática es limitado: ésta consigue verdades irrefutables una vez admitidos sus principios, pero estos no dejan de ser condicionales, y la dialéctica va más allá de estos (véase la interpretación de Cornford, infra).

Según Sarton *«es posible suponer que Platón recibió una buena formación matemática; y si bien Sócrates no se preocupaba por la matemática, gustó de emplear formas de raciocinio que pueden aplicarse fácilmente a cuestiones matemáticas. Y de aquí la paradoja de haber recibido Platón una parte esencial de su formación matemática de Sócrates, que decididamente no fue matemático.»* Según Sarton la Idea platónica es perfectamente

[1] Eudoxo dio una definición de proporción que no sólo podía aplicarse a magnitudes conmensurables -A,B,C y D están en proporción cuando la relación entre A y B es igual a la de C y D- sino también a magnitudes inconmensurables:se dice que cuatro magnitudes geométricas están en proporción cuando tomados dos múltiplos cualesquiera de A y B, por ejemplo mA y nB (m y n enteros) y tomados los dos múltiplos correspondientes de C y D, o sea mC y nD, siempre resulta verdad que, según cual sea la relación mA<nB o mA> nB ; será también mC <nD o mC> nD
No se habla de una determinada pareja de múltiplos sino de dos múltiplos cualesquiera de A y B (y los correspondientes a C y D), independientemente de que sean o no mensurables.

comprensible en matemáticas, y derivaría de ahí hacia otros campos de pensamiento, ya que si definimos la circunferencia como una curva plana cerrada, cuyos puntos equidistan de un punto interior, creamos una Idea, la circunferencia ideal o esencial, que ninguna circunferencia dibujada puede igualar. Lo mismo para cualquier definición matemática. No obstante Platón coloca a los entes matemáticos por debajo de las ideas, porque la Idea de triángulo es una, pero los triángulos ideales son múltiples. Platón mejoraría las definiciones y aumentaría la rigidez lógica de los elementos, así como contribuiría a mejorar el análisis y la síntesis matemáticas así como el análisis de problemas, pero en un trabajo colectivo dentro de la Academia. (Confert. infra con Heath y Cornford).

Después de comentar los poliedros regulares y las diferentes disciplinas matemáticas, Sarton afirma: *«Platón fue probablemente un matemático que estaba al día, si bien, definitivamente, como aficionado. Con todo su influencia sobre el progreso matemático fue inmensa... Gracias a Platón el nivel superior de las artes liberales fue matemático. Su entusiasmo matemático fue contagioso.»*[2]

[2] En este sentido, contra la idea de que Platón tuviera una formación técnica matemática y pudiera enseñar algo técnico a otros matemáticos o hacer algún tipo de descubrimiento propio, posición que mantiene Cherniss en The Riddle of the Early Academy, Fowler dice lo siguiente: «I believe that, within my new interpretation, we may argue that while Plato's principal interest was in dialectic, for which he regarded mathemetics only as a premiminary, he does none the less show detailed knowledge of important characteristics and problems of thechnical mathematics, and there is no indication that he could not communicate on equal terms with the mathematicians who seem to have dominated, if not comprised, the group of friends and associates that assembled round him. This thesis I shall now attempt to illustrate by sketching an interpretation of his mathematics curriculum in Repuclic VII.»

Heath y la interpretación de Platón en la historia de las matemáticas

Heath considera el texto de *República* VII como el más representativo de la actitud de Platón hacia las matemáticas[3], y señala que su valor primordial es la educación de la mente, no su utilidad práctica; así el verdadero valor de la aritmética y la geometría consiste en conducir el espíritu hacia la verdad e infundirles un ánimo abierto hacia la filosofía, hacia las ideas. La geometría tendría que estudiar objetos eternos e inmutables, los puntos, lineas, triángulos como objetos captados por el pensamiento, ya que las figuras representadas, los diagramas, son sólo ilustraciones, imperfectas imitaciones de los verdaderos objetos captados por el pensamiento.

Si bien a Heath le parece más natural que Platón hable en la geometría de números ideales, del alma que se vuelve hacia la esencia de las cosas, o del conocimiento de lo que siempre existe o la idea de Bien, ya le resulta más forzado que la astronomía no se ocupe de los movimientos de los cuerpos celestes que nosotros vemos sino que sea una cinemática ideal, una matemática celeste pura que toma como ilustración, como si fueran diagramas geométricos, los movimientos siempre imperfectos de los astros en el cielo. Aunque él cree que Platón no habla de un "cielo ideal" sino de los movimientos aparentes que vemos frente a los verdaderos movimientos de las órbitas que deberían ser circulares y uniformes, tal como explicaría el modelo de Eudoxo (así como en geometría se restringen las construcciones a lo que se puede realizar mediante regla y compás, o mejor, en el contexto

[3] La división en cuatro disciplinas que hace Heath, a saber, aritmética, geometría, estereometría y astronomía, parece ilógica, ya que lo normal sería incluir la estereometría en la geometría e incluir la ciencia de la armonía, como en el "quadrivium" pitagórico, de donde se hereda.

geométrico de la recta y el círculo, sin aceptar construcciones por medios mecánicos).

Según Crombie lo que Platón intenta con la enseñanza de la astronomía es que sus educandos comprendan todos los principios de orden implicados en las matemáticas y que el Universo está construido de una manera racional, a pesar de lo que nuestros sentidos nos digan; debe apartarse la vista del cielo para ir a la teoría subyacente, al conocimiento científico (recuérdese, aunque Crombie parece olvidarlo, que para Platón el conocimiento observacional o de experiencia no es más que opinión, nunca ciencia: no hay ciencia de la naturaleza, porque la ciencia solo versa sobre lo inmutable, lo que no está sujeto a cambio).

Con la armonía ocurre lo mismo. El conocimiento racional no es el de la observación o el experimento. Los experimentos que producen diferentes movimientos audibles según los diferentes largos de las cuerdas son representaciones imperfectas de aquellos "movimientos" matemáticos que producen consonancias, que son los que debe estudiar la verdadera armonía, *«un estudio útil para la investigación de lo bello y lo bueno»*. -dirá el autor de la *República*-.

Aunque Heath reconoce que Platón no trabajaba en matemática puntera, sí cree que estaba puesto al día en las matemáticas de su tiempo. Y ofrece «a summary, as complete as possible, of the mathematics contained in the dialogues».

Un esquema dará una idea de los temas tratados:

1. Un tipo de proposición de proporcionalidad en el *Parménides*.

2. Ventajas del número 5040, como número de ciudadanos del Estado en *Las Leyes*.

3. Los sólidos regulares en el *Timeo*.

4. Las medias proporcionales entre números cuadrados y cúbicos en el *Timeo*.

5. Los dos pasajes del *Menón*: el de la duplicación del cuadrado y el de la posibilidad o imposibilidad de que el área de un triángulo inscrito en una circunferencia sea igual a un área dada.

6. Encontrar una serie de números cuadrados cuya suma es también un número cuadrado, en el *Hipias Mayor*.

7. Las dos referencias a los irracionales en el *Teeteto* (la demostración de Teodoro de las raices desde 3 a 17) y en el *Hipias Mayor*, (sobre que la suma de dos irracionales puede ser un número racional o irracional).

8. El pasaje que habla del Número Geométrico en la *República*, *«the whole thing is mystic rather than mathematical»*.

Es dudoso que este sumario que nos ofrece Heath pueda ir más allá de lo que puedan representar las concepciones de lo que se consideraría que entra a formar parte de la ciencia matemática para un matemático de nuestros días.

Cuál sería el campo de lo matemático para un matemático del siglo IV, o para Platón, sería otra cuestión que Heath, y los historiadores de la matemática en general, suelen dejar de lado con una tremenda facilidad.

Por otro lado, según Heath se encuentra en los diálogos de Platón el primer acercamiento serio a una filosofía de las matemáticas. Esta está totalmente contextualizada en la teoría de las ideas platónica y a eso se alude con las referencias aristotélicas a que los objetos matemáticos son seres intermedios entre las cosas sensibles y las ideas: los seres matemáticos comparten con las ideas el ser eternos e inmutables pero difieren de éstas en que son múltiples, hay muchos triángulos matemáticos -una clase entera de ellos de los cuales los triángulos sensibles son copias- pero sólo hay una idea de triángulo; la idea es única e indivisible -sobre los objetos matemáticos como seres intermedios, como aquí los considera Heath, y todo lo que se ha especulado con las doctrinas escritas de Platón, sería tema de otro trabajo-.

Sin embargo, el tema central para Heath, en la filosofía de las matemáticas, es el de las hipótesis en matemáticas y en filosofía. Estas, como dice Platón, se dan por supuesto en las ciencias matemáticas y no se ponen en cuestión, sino que a partir de ellas se van deduciendo teoremas o relaciones nuevas entre los objetos matemáticos; el conocimiento matemático, científico, es un conocimiento discursivo, que mediante diagramas o imágenes, hace sus deducciones a partir de las hipótesis tomadas en cuanto principios, pero que no remonta éstas hacia las ideas que en ellas están involucradas.

En el método dialéctico, sin embargo, las hipótesis sólo sirven de apoyo para remontarse a las ideas mismas, ideas que estén relacionadas con las tratadas o ideas más generales, sin servirse de ningún auxilio sensible, sino teniendo como objeto de conocimiento las ideas en sí mismas; análisis que permitirá luego reconstruir racionalmente, en el camino de la síntesis, el mundo desde el que se parte con verdadero conocimiento de causa.

Así mismo, según Heath el atribuir a Platón el descubrimiento del análisis matemático, tal y como aparece mencionado en un texto de Proclo, no tiene sentido por dos razones. La primera porque **análisis** en el sentido antiguo no quiere decir más que reducir sucesivamente un teorema o problema a otros ya conocidos, y en este sentido este método ya se utilizaba antes de Platón, probablemente desde los pitagóricos. Y la segunda razón, porque Proclo parece confundir el método dialéctico de ascensión hacia las ideas, tal y como aparece en la *República*, con un supuesto método de análisis utilizado en matemáticas, que se dice que Platón comunicaría a Leodamas y por el cual éste descubriría mucha cosas en geometría. De todas formas, frente al escepticismo de Heath, Sarton sí cree que en el seno de la Academia debió de mejorarse el método de análisis matemático y que el mismo Platón contribuiría a ello, y que incluso se le podría deber el análisis de problemas o, al menos, un método perfeccionado de éste. (Véase más adelante).

Junto a lo anterior sí que parece que Platón tuvo algún influjo en completar el proceso de análisis con una **síntesis** y en dar rigor lógico a los **elementos** que se estaban desarrollando en el trabajo colectivo de la Academia en matemáticas. El método de la *diairesis* o división dicotómica de los géneros o formas, el camino descendente de la dialéctica, sí que está a la base de la creación de la Lógica por Aristóteles y pudo servir como modelo de la forma de las deducciones en matemáticas (véase más abajo la discusión de Cornford de las hipótesis, el método dialéctico y el problema del análisis) y la síntesis en las matemáticas y la dialéctica.

La otra contribución importante de Platón a este respecto fueron la importancia que le dio, en un cruce de la línea pitagórica y socrática, a las definiciones: así la **figura** como el límite de un sólido, o la línea como longitud sin anchura, manteniendo Platón que el **punto** es una ficción geométrica y que no es más que el principio de la línea, o el **círculo** como aquel en que los puntos más alejados en todas direcciones están a la misma distancia del centro, o la **esfera** como aquella cuya distancia desde su centro a sus bordes es igual en todas direcciones, etc.

Cambio de Marcha en el *Menón*

El esclavo del *Menón* representa una matemática ya superada, una memoria matemática que el propio Platón ya ha superado y que utiliza literariamente a Sócrates como intermediario entre el viejo y el nuevo saber matemático. El esclavo representa un sentido común ya desusado, representa la matemática del gnomon, de la escuadra que se añade a las figuras para que mantengan su forma. Pero gnomon también significa *"la tabla pitagórica* -dice Michel Serres- *que exhibe los cuadrados perfectos, los números impares y la serie de los enteros: los* *primeros en el diagonal, los últimos en los lados. Los impares forman el gnomon, sobre la escuadra que queda."*

El esclavo utiliza el álgebra geométrica de los pitagóricos, la de los números enteros y fracasa por exceso y por defecto al intentar solucionar el problema de la duplicación del cuadrado. El esclavo recuerda la tabla de multiplicar que le pregunta Sócrates, las tablas que rememoran las antiguas tablas babilónicas, ligadas a las figuras concretas, a lo tangible, a lo que se puede contar, calcular; y Sócrates utiliza los viejos métodos algorítmicos, paso a paso, para resolver el problema, un saber que Platón ya desprecia, ligado a la logística, a la calculística de las cosas numerables, y no del espacio abstracto de la geometría, ciencia rigurosa que ha domeñado al irracional.

La discusión gira de la aritmética a la geometría: si prefieres no hacer cálculos, entonces muestra. Sócrates ha preguntado la longitud del lado, ha preguntado por cantidades que el esclavo ha buscado sin fortuna, pero cuando llega a la diagonal no habla más que de calidad: "¿sobre qué línea se construye el cuadrado de la superficie doble?.... Sobre ésta". Ya no se pregunta por la longitud, se encuentra el lado, un lado que nadie ha medido; Sócrates hace trampas, sabe que no se encontrará la longitud exacta. El esclavo había ensayado con el par y con el impar, pero sin llegar a ningún resultado.

El espacio muestra longitudes que el cálculo ya no comprende. La demostración de Sócrates dice que el espacio hace posible lo que los números hacen imposible. El gnomon sólo conoce los cuadrados perfectos. Ciencia arcaica del logos que ignora los irracionales. La matemática demostrativa nace fuera del logos, fuera del lenguaje, cuando ya no basta contar, cuando la memoria es insuficiente. También cuando de la mano de Zenón los puntos mensurables acaban por lindar con lo que no se puede ya representar sobre el papel. Aquiles ya no puede alcanzar a la tortuga como nosotros no podemos trazar un punto que ya está infinitamente lejos de la escritura, porque está en un lugar a-tópico, el de la abstracción geométrica, convertida en el límite de la suma infinita de las sustracciones algorítmicas, es la idealidad no representable del pentágono regular cuyas diagonales generan otro pentágono cuyas diagonales generan otro pentágono... hasta el infinito que desaparece en el papel, yendo hacia un punto idealmente lejano, fuera de nuestra representación, pero que nosotros concebimos con Platón.

«La definición de lo abstracto geométrico -concluye Michel Serres, a quien debemos el relato anterior-, *modelo de lo abstracto teórico requerido por Platón para pensar o existir o percibir, emerge de un método, o vía, infinito en el cual Aquiles y la flecha nos preceden y nos guían, dejando, los algoritmos definitivamente atrás, empantanados.»* (Serres, p. 107).

Un Modelo Matemático de Conocimiento

Como nos hallamos separados -dice Werner Jaeger- *por más de dos mil años de la época en que las matemáticas griegas recibieron a través de Euclides su forma científica consagrada como clásica y que sigue manteniendo hasta hoy su vigencia dentro de los límites entonces trazados no nos resulta fácil retrotraernos a la situación espiritual en que esta forma se hallaba todavía en gestación o tendía a consumarse. Si tenemos en cuenta que fue obra de pocas generaciones comprenderemos cómo la labor concentrada de un puñado de investigadores geniales, empeñados mutuamente en impulsar su progreso, creó una atmósfera de confianza, más aún, de seguridad en la victoria, y que en un ambiente pletórico de estímulos espirituales como el de la Atenas del siglo IV tenía necesariamente que imprimir un impulso extraordinario al pensamiento filosófico. La filosofía veía ante ella una idea de* *saber de una exactitud y de una perfección probatoria y de construcción lógica como el mundo no la había soñado siquiera en los días de los filósofos presocráticos de la naturaleza. La atención que precisamente el aspecto metódico de los problemas despertaba por aquel entonces en los círculos matemáticos hacía que este modelo fuese de un interés inapreciable para la nueva ciencia de la dialéctica, desarrollada por Platón a base de los diálogos socráticos sobre la virtud. Ni la filosofía platónica ni cualquier otra gran filosofía podría concebirse sin la influencia fecundadora de los nuevos problemas planteados y de las nuevas soluciones ofrecidas por la ciencia de aquella época. Al lado de la medicina, cuya influencia podemos comprobar constantemente, fueron, principalmente las matemáticas las que la impulsaron. Y si la medicina aportó la analogía entre la* ***hexis*** *[constitución] del cuerpo y la del alma y, como corolario de ella, la fecundidad del concepto médico de la* ***techné*** *para la ciencia de la salud del espíritu, las matemáticas dieron impulso principalmente a las operaciones realizadas con objetos puramente noéticos, como lo eran las ideas platónicas. y, a su vez, Platón, gracias a sus nuevos conocimientos lógicos, se hallaba en condiciones de impulsar con la mayor intensidad la construcción sistemática de su ciencia, estableciéndose así una relación de intercambio, como señala la tradición.»*[4] (*Paideia*, pág. 708).

[4] «Empero, al venir Platón, hizo que tanto la geometría como las otras matemáticas llegaran por su esfuerzo a su esplendor máximo, que es cosa manifiesta cuán llenos andan sus escritos de razonamientos matemáticos y cómo desveló en todas partes la admiración por ellos en los que se dedicaban a la filosofía. De este tiempo son Leodamas de Taso, Arquitas de Tarento y Teeteto el de Atenas, en cuyas manos se aumentaron los teoremas y fueron progresando hacia una más científica organización Neóclides, más joven que Leodamas, y León, discípulo de Neóclides, facilitaron muchos de los procedimientos anteriores, de modo que León llegó a componer Elementos con una mayor preocupación por su número y por su empleo para las demostraciones; encontró diorismos, es decir, cuándo el problema a investigar es posible y cuándo, por el contrario, imposible. Eudoxo el de Cnido -un poco más joven que León-, una vez ingresado en el grupo platónico, fue el primero que aumentó el número de los teoremas llamados generales y añadió a las tres analogías otras tres; multiplicó los teoremas relativos a la "sección", teoremas cuyos principios provienen de Platón, empleando para ello el análisis....Todos estos y otros más pasaban su tiempo en la Academia dedicados a investigaciones en común.» (Comentarios de Proclo a Euclides, en García Bacca, pp.

Según Jaeger el interés de Platón por las matemáticas debió ser anterior al contacto con los pitagóricos, en la propia Atenas (interés que ya aparece en diálogos como el *Protágoras* y el *Gorgias*) pero relanzado por su primer viaje a Sicilia, sobre todo con la amistad de por vida con el pitagórico Arquitas de Tarento. Platón conocería más tarde a Teeteto -quien parece puso las bases para la estereometría, la nueva disciplina matemática que Platón introduce en la *República*-, en honor del cual escribiría un diálogo del mismo nombre, donde aparece como representante de la nueva generación de matemáticos interesados por los problemas filosóficos, frente a Teodoro de Cirene, investigador consagrado pero alejado de éstos. Asimismo, la Academia mantendría contacto permanente con la escuela de Eudoxo, el cual estaría muchos años, paralelamente a Aristóteles, en la escuela platónica. (Jaeger, págs. 707 y 709-10).

Pero la primera vez que aparece en la obra platónica un interés centrado en las matemáticas como modelo de conocimiento es en el *Menón*. Ya el propio método para indagar si la virtud es un saber que se pueda enseñar recurre a las matemáticas, pero éstas son puestas además para ilustrar el tipo de saber que Sócrates anda buscando, un saber que se parece al matemático en que, aun tomando como base los fenómenos perceptibles, sólo puede ser captado por el espíritu, por el pensamiento. Esto se muestra en el momento central del diálogo, en el que Sócrates, mediante una serie de preguntas, hará que un esclavo ignorante en geometría descubra -"recuerde"- que la diagonal del cuadrado tomada como lado engendra un cuadrado doble que aquel del que se parte. Lo importante es que, aunque el esclavo yerre al principio, cuando ha comprendido las relaciones matemáticas involucradas en el problema, la certeza de la solución se presenta a su espíritu, a su visión interior, con total convicción; saltando por encima de lo que se aparece a su percepción sensorial se convence a sí mismo, se diría, que la solución tiene que lograse así y no de otra manera, sin

10-11)

que Sócrates se lo enseñe desde *fuera* ni le intente persuadir de ello.

El hecho anterior se presenta a Platón como una intuición intelectual que sólo es posible si el conocimiento, que anida potencialmente en el alma, le viene al hombre de una visión comunicada en una vida anterior, de una contemplación que el alma tuvo en un tiempo pretérito ; la inmortalidad del alma será la base de una teoría del saber innato que anida en el alma humana. Esto abre la posibilidad a un tipo de saber despegado del mundo sensible, de las cosas mudables, apoyado en un mundo superior captable solo mediante el pensamiento, mediante la intelección, y es aquí donde las matemáticas ocupan el puente de unión con un tipo de saber superior que será el conocimiento de las Ideas, sólo captables por el alma mediante la intuición intelectual, un conocimiento rememorado de un mundo independiente del mundo corpóreo que habitamos.

Distinción entre Matemáticas y Dialéctica en *República* VI Y VII. La interpretación de Cornford

Tal y como aparece en la *República*, Platón habla de un mundo sensible y un mundo inteligible, y en este último mundo de dos tipos de Ideas, matemáticas y morales; no habría ninguna otra clase de objetos intermedios entre los objetos sensibles y las Ideas, según Cornford. ¿cuál sería, pues, la diferencia entre matemáticas y dialéctica? Procedamos por partes.

A) Diferencia de objetos entre matemáticas y dialéctica

A pesar de que Platón distingue dos operaciones distintas en la parte racional del alma, la **noesis** y la **dianoia**, no hay distintos tipos de Ideas captadas por procedimientos intelectuales diversos,no se captan por **noesis** las Ideas morales y por **dianoia** las Ideas matemáticas; no depende de la naturaleza de las Ideas, la distinción entre las matemáticas y la dialéctica, la única diferencia sería que las primeras pueden utilizar "imágenes visibles": un número representado por una colección de cosas, un cuadrado por una figura. Tales ayudas se emplean siempre, y al matemático no se le culpa por ello; él sabe que discurre acerca de Ideas, no sobre colecciones o figuras. Sin embargo, de las Ideas morales no hay imágenes visibles: sus "imágenes" **(eikónes)** en este mundo son invisibles propiedades de las almas. Por eso es más difícil distinguir entre la justicia de una acción particular respecto a la Idea de Justicia en sí, que distinguir dos manzanas del número dos, representado asimismo por un par visible. Por esto las matemáticas sirven como el más fácil puente entre el mundo sensible y el inteligible, y preceden, por tanto, al estudio de las Ideas morales (en este sentido ayudan a la enseñanza).

B) ¿Cuál es la diferencia de procedimientos entre matemáticas y dialéctica?

El contraste de procedimientos utilizados en matemáticas y dialéctica no se corresponde con la diferencia entre Ideas matemáticas e Ideas morales. El procedimiento dialéctico será establecido para aplicar en ambos campos de objetos, pero de manera diversa. A continuación veremos en qué consiste esta diversidad.

I) El procedimiento utilizado en matemáticas.

Platón, en principio, describe el procedimiento de las matemáticas y el estado de esta ciencia en su tiempo. Prevalece en ella el método deductivo, un movimiento descendente de premisas a conclusión: *«la mente es impulsada a empezar su investigación a partir de hipótesis, dirigiéndose no hacia su origen (principio) sino hacia su fin (conclusión)»* (510B).

El geómetra, por ejemplo, toma como hipótesis las figuras y los tres tipos de ángulos, y las toma como conocidas, no dando cuenta de ellas ni a sí mismo ni a nadie, como si fueran evidentes para todos. Partiendo de estas hipótesis, *«avanza a través de lo siguiente y llega a una conclusión sobre la cuestión que se había propuesto investigar»*.

Pero, ¿qué se entiende en tiempos de Platón por **hipótesis** en matemáticas?

Aristóteles recoge dos significados del término hipótesis que es de suponer, según Cornford, que eran los usuales entre los matemáticos de su tiempo, tal y como se habrían formulado en la Academia.

(1) Cualquier proposición de una ciencia susceptible de prueba que se acepta como supuesto por parte del maestro y del aprendiz mediante un acuerdo mutuo.

Incluyendo aquí las hipótesis "relativas" o *ad hoc*, esto es, cualquier supuesto tomado con vistas a la solución de un problema. Por ejemplo, el ofrecido en *Menón*, 86E y sigts., donde el geómetra plantea si un área dada puede ser inscrita en forma de triángulo en un círculo dado. El geómetra no sabe la respuesta, pero tiene una hipótesis que será útil: sólo si el área es de tal y tal tipo podrá ser inscrita de la forma dicha. Esto es un ejemplo de **diorismós**, *"la determinación de las condiciones o límites de posibilidad para la solución de un problema, o bien en su forma original o bien en la forma a la que éste se reduzca"* -según Heath-. El procedimiento es analítico, y requiere encontrar las premisas verdaderas de las que la conclusión se debe seguir. El método se puede aplicar a hechos observacionales en la Naturaleza. Se dice que Platón propuso en la Academia el problema de averiguar sobre qué supuestos se podrían conciliar la aparente irregularidad de los movimientos de los cuerpos celestes con la regularidad real para "salvar las apariencias".

La resolución de "problemas" no sólo atañe a la geometría, sino a la investigación en astronomía y en armonía -según el libro VII-.

(2) Hipótesis en sentido estricto, es decir, en cuanto verdades básicas tomadas como principios indemostrables.

La geometría toma como presupuestos, además de los axiomas comunes, i) las **definiciones** de su objeto material -la magnitud- y de ciertos "atributos esenciales" de la magnitud, tales como "recto", "triangular", y ii) la **existencia** de la magnitud y de otros objetos primarios que corresponden a las definiciones, como puntos o líneas. La existencia de todo lo demás (p.e. las diferentes figuras y sus propiedades) tiene que ser probada por construcción y por demostración.

Las definiciones no son hipótesis: ellas no suponen la existencia de nada, tan solo establecen significados que deben ser entendidos. **Las hipótesis son supuestos de existencia de cosas definidas**.

Al hablar de las hipótesis de las matemáticas (510D), Platón, en principio, quiere decir hipótesis de tipo "absoluto" no "relativo". Y parece, al igual que Aristóteles, restringir "hipótesis" a supuestos de existencia, y no incluir definiciones; *«a definition in mathematics is itself an 'account' (lógos) of the meaning of a term, and no 'account of it' can be demanded.»* -dice Cornford-. Sus ejemplos de definiciones son "los pares e impares (aritmética), las figuras y sus tres tipos de ángulos (geometría) y otras cosas similares en cada rama de estudio" (510D).

Según Aristóteles, la aritmética y la geometría suponen el **significado** (definición) de los pares e impares, etc, lo recto y lo triangular, etc, pero la **existencia** de estas cosas debe ser demostrada. "*Las únicas cosas* -dice éste- *cuya existencia estas ciencias tienen derecho de tomas como presupuestos en cuanto hipótesis últimas son la unidad (aritmética) y la magnitud, los puntos y las líneas (geometría)*" -Aristóteles está de acuerdo con Platón en condenar a los matemáticos que deben tomar como hipótesis últimas la **existencia** de 'los pares y los impares', las figuras y los tres tipos de ángulos'-.

Probablemente, Platón tiene en mente, aparte de este último significado de hipótesis reseñado, también el significado original de **hipotíthesthai**, y piensa los supuestos de los matemáticos como sugerencias que se ponen para su aceptación al estudiante en el proceso de instrucción.

¿Cuál era el estatus, entonces, de las matemáticas y de las hipótesis en tiempos de Platón?

La geometría esperaba su estructuración por Euclides. La geometría de sólidos todavía ***no había sido descubierta*** en tiempos de Sócrates (528B), y estaba en curso de ser descubierta en la Academia cuando la *República* fue escrita. El libro de texto de geometría en la Academia tuvo que ser la obra de los discípulos de Platón, Teudio de Magnesia y otros; en cuanto composición escrita tenía una estructura menos perfecta que los *Elementos* de Euclides.[5] En ese momento la ciencia consistía en un número de teoremas, con pruebas alternativas establecidas por varios matemáticos que usaban diferentes hipótesis; los teoremas todavía no habían sido adaptados conjuntamente a una cadena deductiva única. Nadie había reducido las hipótesis primitivas de la propia ciencia al más pequeño número posible, *"or made out what they were"*.

Platón vio que hipótesis tales como las que él menciona no era factible que aparecieran como "evidentes para cualquiera", o que se pudiesen tomar como principios de los cuales no se pudiera pedir cuenta razonablemente. Se podría rastrear su origen previo

[5] Resume Cornford aquí un texto de Proclo, en su comentario a Euclides I: Leodamas, Arquitas y Teeteto incrementaron el número de los teoremas y los llevaron hacia una organización más científica; Eudoxo aumentó el número de los teoremas llamados generales; los discípulos de Platón llevaron la geometría a una mayor perfección; y Teudio hizo una buena estructuración de los 'elementos'. Se citan también otras contribuciones antes de la estructuración completa por parte de Euclides. -el texto de Proclo entero se puede ver en García Bacca, pp. 10 y 11-.

en un principio superior. Se podría alcanzar, entonces, la genuina hipótesis (o las genuinas hipótesis) de la propia ciencia. A partir de aquí la estructura entera se podría deducir en forma de una cadena única de razonamientos, y los huecos entre los teoremas dispersos rellenados. La aritmética y las otras ramas serían sometidas a la misma operación.

Se trataba, por parte de Platón, de convertir las matemáticas en una ciencia genuina mediante la reducción de las colecciones de teoremas desperdigados, o de las cadenas de teoremas que se apoyaban en hipótesis no probadas pero demostrables, a una cadena simple que depende de un principio único. No se sugiere aquí nunca, ni en ningún otro sitio de estos libros, ningún otro tipo de ciencia posible -lo que nosotros llamamos "ciencias naturales" no existen aquí en cuanto distintas de las "lower arts", como la medicina, que se han rechazado en cuanto que tienen que ver con el mundo del devenir. No existe ninguna ciencia de la lógica,[6] aunque Platón esté empezando a descubrir una, pero sin conciencia de ello-.

Platón siempre habla de un principio único como cabeza de toda la estructura, no de una colección de conceptos y supuestos primitivos. La labor de la investigación dialéctica es regresar, no como Aristóteles hubiera dicho a las hipótesis genuinas de cada rama (científica), sino al principio único de toda deducción matemática , y por tanto, "abolir" la colección indefinida de supuestos no probados entonces en uso. La única verdad básica (**arché**) de toda ciencia descansará sobre lo no-hipotético

[6] Cornford se está refiriendo en particular aquí a dos artículos de A.E.Taylor, aparecidos en Mind en 1926, titulados "Forms and numbers: a study in platonic metaphysics", donde Taylor intenta reconstruir la teoría platónica transmitida por Aristóteles en Met. A, en la cual éste discrimina entre la teoría pitagórica de lo ilimitado y el límite, frente a la platónica del Uno, lo grande y lo pequeño o la dualidad indefinida, así como la identificación de los números con los objetos perceptibles de los pitagóricos frente a los objetos matemáticos platónicos, clase de seres intermedios entre las cosas y las Ideas; todo un desarrollo, el de Taylor, demasiado "especulativo" para Cornford.

(anypóthetos), que es conocido de manera intuitiva con una perfecta claridad e inquebrantable certeza.

¿Cuál va a ser esta hipótesis última?

Las cinco ciencias matemáticas citadas en la *República* -aritmética, geometría, la naciente estereometría, la astronomía y la armonía-, deben ser reducibles a una única cadena de razonamientos según el grado de complejidad creciente comenzando con la aritmética. Ahora bien, de acuerdo con Aristóteles, la hipótesis primitiva de la aritmética es "la existencia de la unidad". Platón en su última etapa deriva los números de el Uno y la Díada Indefinida.. Según lo cual todo número formaría parte del Uno en tanto es un número particular y de la Díada Indefinida en cuanto es divisible, y, por tanto, una pluralidad. Si la pluralidad puede ser deducida, de alguna forma, de "la existencia del Uno", podemos prescindir de la existencia de la Díada Indefinida como una secundaria hipótesis primitiva.

Ahora bien, en el *Parménides* (143) se encuentra un argumentos donde se deduce, de hecho, una pluralidad de números de "la existencia del Uno", de la forma que sigue. La hipótesis de que "existe una Unidad" **(ei hèn éstin)** quiere decir que este Uno ha existido o participa de la existencia **(ousías metéchei)**. El Uno en sí, concebido aparte de la existencia que tiene, es "una cosa" **(hén)**. La existencia que tiene es "una cosa", otra cosa diferente al Uno. También "lo otro" es una tercera cosa, distinta de ambos. Cualquier par de estos tres "unos" es **dos**; añade un tercero y obtendrás **tres**. Tres es impar, dos es par. Mediante multiplicación de pares e impares podemos obtener indefinidas series de números. " Luego si el Uno es, es necesario también que el número sea" (144A) -a partir de aquí Platón deducirá, luego, las ideas de espacio, movimiento y tiempo, a partir de este principio único-.

El *Sofista* podrían avalar al menos el comienzo de la argumentación del *Parménides*, ya que también en él se dice que cualquier proposición tal como "el Uno existe" implica el reconocimiento de tres términos: "el UNo", "la Existencia" y "lo Otro"; en el contexto de la condena a Parménides de caer en contradicción cuando afirma la existencia del Uno y niega, sin embargo, la pluralidad (Sofista, 244 y sigts.) Habría que hacer notar que las hipótesis especificadas en 510C como ilegítimas en aritmética -la existencia de pares e impares- son "abolidas" mediante la deducción de "la existencia del Uno" (Parm., 143D).[7]

Platón mismo indica que las ciencias más complejas de las cinco -astronomía y armonía- tienen que ser estudiadas en forma de problemas susceptibles de expresarse en números y sus razones (529D-530A, 531C). El *Epínomis* (990C-991B) elabora esta reducción de todas las ciencias a expresiones numéricas.

El resultado es que la meta de la investigación dialéctica en ciencia -matematicas- es primero ascender mediante análisis a la única hipótesis, "la existencia del Uno", y, entonces, completar aquélla, en forma de una cadena simple de inferencias, con la deducción de toda verdad matemática que se haya descubierto . Esta es una labor que puede ser acometida de una vez por todas. El camino de descubrimientos ulteriores en matemáticas yacería, entonces, en la dirección descendente, resolviendo nuevos problemas y extendiendo la deducción a nuevas conclusiones de forma indefinida.

II) El procedimiento utilizado en la dialéctica.

Nos encontrarmos que la ascensión al primer principio es parte de la labor de la dialéctica, cuyo procedimiento de crítica de las hipótesis corrientes de las matemáticas caminará, por tanto, en sentido inverso.

---

[7] Aduce Cornford, en el mismo sentido, un pasaje de Sexto Empírico (Adv. math., X, 258-262) donde, en lenguaje platónico, se habla de la ascensión desde los cuerpos sensible, a través de la geometría y la aritmética hasta llegar a la existencia del UNO.

En la prueba matemática la mente "viaja" hacia abajo a través de un argumento limitado por las premisas asumidas, "como si la mente no pudiera remontar sus hipótesis" **(tôn hypothéseon anotéro ekbaínein**, 511A). La dialéctica incluye un movimiento opuesto de pensamiento, hacia arriba, *"tratando sus hipótesis no como principios sino literalmente como hypo-tesis, peldaños y trampolines sobre los que el discurso puede remontar y saltar desde ellas (take off from) para que avanzando todo el camino hacia aquello que permanece como no-hipotético -al principio del todo- se lo pudiera aprehender."*[8]

En el campo de las Ideas morales, la descripción del método dialéctico, que se corresponde con exactitud con el familiar método de Sócrates para intentar definir las Ideas morales, no se corresponde con el método dialéctico en el campo matemático, ya considerado. El dialéctico debe ser capaz de "formular una definición de la naturaleza del Bien, separadamente de todas las otras Ideas" **(diorisásthai tô lógo apò tôn allon pánton afelòn tèn toû agathoû idéan)**. Debe "abrirse paso, como en una batalla, a través de todas las críticas **-elenchi-** esforzándose por fundar sus pruebas no en la apariencia, sino en la esencia -reality-, y llegar al término de todos estos obstáculos con su argumentación invicta". Se está hablando aquí de la técnica de preguntas y repuestas socrática, para alcanzar una definición de un término moral y tener conocimiento en vez de creencia. El objetivo es aquí una **definición** , no, como en el campo matemático, una hipótesis primera o un supuesto de existencia, y la técnica para llegar a la correcta definición no es la misma que la de arribar hasta la hipótesis última de la ciencia.

La "hypothesis" de la dialéctica es una hipótesis en el sentido original, no un supuesto verdadero y demostrable de

---

[8] En la traducción de 511B de Pabón y Fernández-Galiano dice: "considerando las hipótesis no como principios, sino como verdaderas hipótesis, es decir, peldaños y trampolines que la eleven hasta lo no hipotético, hasta el principio de todo" -pág. 366-.

existencia, sino una tentativa inadecuada de definición, **sugerida** por el que responde, sometida a la crítica por el que pregunta en el **elenchus**, y o bien rectificada o bien abandonada totalmente. Es transformada o eliminada mediante la crítica, pero nunca restaurada o confirmada por la deducción subsiguiente. Tales sugerencias son meros obstáculos en el camino que son apartados en el ascenso a la verdadera definición. (mere stepping-stones which are kicked away in the ascent to the correct definition).

Incluso de esta forma, el que responde tiene tan solo un tramo de conocimiento. Debe remontar más allá hasta la Idea suprema en el campo moral, y definir la naturaleza del Bien. Sólo entonces logrará el sentido completo de la verdad, descubierto al ser visto en su relación con el resto de la verdad. Si el parara de pronto, su definición de Justicia o de otras Ideas, aunque correcta, sería análoga a una hipótesis matemática que es cierta, pero que no se ha esperado a que se deduzca del principio primero. Pero si él puede alcanzar el Bien, "adquirirá el nous" (**noûn échein**, 534B), cuya visión iluminadora de todo el campo sólo puede ser obtenida desde la cumbre.

El filósofo puede, entonces, hacer el descenso final: puede "dar cuenta" no sólo de una parcela de conocimiento, sino de todo. Deducirá (presumiblemente en forma de una división) todas las Ideas morales subordinadas, "descendiendo a través de Ideas hasta llegar a Ideas, y terminando con Ideas". El resultado de su investigación, si pudiera incluso ponerse por escrito, abocaría a un sistema completo de filosofía moral, seguramente por deducción de la definición de la Idea de Bondad.

C) Análisis y Síntesis en matemáticas y dialéctica.

I) El Análisis

Platón se da cuenta de que la mente debe poseer la capacidad de dar un salto hacia arriba desde la conclusión a las premisas implicadas en ésta. La verdad primera no pude, naturalmente, ser deducida o probada desde la conclusión; debe ser alcanzada (**hapsasthai**, 511B) mediante un acto de penetración analítica; así en el citado pasaje del *Menón, 86*, donde el geómetra percibe directamente, sin un argumento discursivo, que una condición primera debe ser satisfecha si se desea construir lo que sigue.

Se ha entendido que, en un cierto pasaje, Proclo asociaba el método de ascensión dialéctica a los genuinos principios con el método de análisis en geometría. Después de mencionar a un contemporáneo con un especial talento para obtener los resultados requeridos partiendo de los menos principios posibles, sin utilizar ningún método, Proclo añade: *"No obstante, se han transmitido ciertos métodos. El más excelente es el método que por medio del análisis lleva la cosas buscada hasta un principio (re)conocido* ***(ep'archèn homologuménen anáogousa to dsetoúmenon)****; un método que Platón, como se dice, comunicó a Leodamas, y mediante el cual este último, como se dice, habría descubierto muchas cosas en geometría"*. Sir Thomas Heath señala:

El análisis según la concepción antigua no era más que una reducción sucesiva de un teorema o problema hasta que finalmente se reduce a un teorema o problema ya conocido, es difícil ver en qué puede haber consistido el supuesto descubrimiento de Platón; porque análisis en este sentido debe haber sido frecuentemente utilizado en la investigación más antigua [y Heath da varios ejemplos de ésto]. Por otro lado, el lenguaje de Proclo sugiere que lo que el tenía en mente era el método filosófico descrito en la República [511B], el cual naturalmente, no se refiere al análisis matemático en absoluto; pudiera ser, pues, muy bien que la idea de que Platón descubriera el método de análisis sea debido a un malentendido. Pero que el análisis y la síntesis se siguen mutuamente es relatado de la misma manera que el movimiento ascendente y descendente del método intelectual en la dialéctica. Se ha sugerido, por tanto, que el logro de Platón fue observar la importancia, desde el punto de vista del rigor lógico, de la síntesis confirmatoria que sigue al análisis.

Sin duda, Platón no inventó el método de análisis; pero la conexión con el método dialéctico -señala Cornford frente a Heath- es más estrecha de lo que aquí se sugiere. Platón pudiera haber sido muy bien el primero en reconocer como peculiar (distinct) el movimiento de pensamiento involucrado en lo que Aristóteles llama el "análisis de un diagrama matemático". Esto está descrito en *Met., 1051 a, 21*:

También las figuras geométricas son halladas por un acto; pues es por división [dibujando lineas en la figura dada] que se descubren. Si han sido ya divididas [los diagramas=las figuras dadas], se verían claramente [los diagramas=¿construcciones geométricas o pruebas? los comentaristas no se ponen de acuerdo, la palabra es ambigüa]pero antes de la división sólo existen en potencia. ¿Por qué son los ángulos de un triángulo iguales a dos rectos? Porque los ángulos en torno a un punto son iguales a dos rectos. En efecto, si se trazara la paralela con relación al lado, quien la viera comprendería inmediatamente por qué... Por consiguiente, está claro que las figuras que existen en potencia son halladas al ser llevadas al acto. Y es así porque la intuición (noesis) es acto...(comentarios entre corchetes de Cornford).

El proceso para llegar a la verdad originaria sería el siguiente:

En principio el geómetra contempla la figura dada, un triángulo, o bien sobre un papel o bien en su mente. Conociendo ya que los ángulos en torno un punto dado son iguales a dos rectos (Eucl.,I, 13), intuye (divines) que la verdad primaria está latente en la figura dada. Lo hace explícito haciendo la base de este triángulo y dibujando la línea paralela al lado. Trae, pues, este "elemento" a su existencia actual en la demostración, haciéndolo observable a simple vista. Tiene luego que demostrar que ha solucionado el problema. Habiendo descubierto los "elementos" necesarios para construir la prueba, y comprobando que todos los teoremas están previamente establecidos, construirá ahora su demostración en forma enteramente discursiva -una deducción partiendo de las hipótesis, "Sea un triángulo ABC" (Eucl., I. 32)...-.

Aristóteles habla en otro lugar de los "elementos de los **diagrammata** y de las demostraciones en general" como análogos a los elementos en los que se dice que los cuerpos son, en último término, divisibles. Ellos son "las demostraciones primarias que *se contienen* en un gran número de demostraciones derivadas" (*Met.*, 1014, a, 31). El título de Euclides, *Elementos*, preserva este significado.

Temistio define análisis como "asumir una conclusión verdadera y, entonces, descubrir las premisas mediante las cuales se infiere". Cuando el problemas es una construcción, el geómetra puede comenzar por contemplar una figura de la deseada conclusión. En el *Menón*, por ejemplo, podría dibujar el triángulo dado y un triángulo inscrito en el círculo dado, y considerar, entonces, qué propiedades debe tener el rectángulo. Estas propiedades son "elementos" en la solución. Por esto, toma la construcción por partes. El proceso opuesto es la **síntesis**, "colocando juntos" estos elementos y otros en el propio orden deductivo. Por esto Aristóteles dice que uno pudiera "analizar un diagrama y no ser capaz de reconstruirlo de nuevo". Cada paso en la demostración es un componente *contenido* en el **diagramma** completo (en el triple sentido de: la palabra de diagrama, construcción, prueba).

Es muy posible que haya que aceptar -afirma Cornford- la afirmación de que Platón *descubriera* el método de análisis, en el mismo sentido en que Aristóteles descubrió el silogismo, lo que quiere decir que *fue el primero en reflexionar sobre el método de pensamiento implícito (involved) y describirlo en contraste con el método de síntesis*. Y es cierto que en su consideración del ascenso dialéctico Platón está describiendo el movimiento ascendente del pensamiento que había tomado como ejemplo el análisis geométrico.

II) Síntesis frente a Análisis

El método dialéctico incluye también un proceso descendente a continuación del ascenso al principio, en que se irá pasando de unas Ideas a través de otras, y terminando en Ideas. La descripción primera de la dialéctica comprende tanto a las matemáticas como a la moral. Cuando los dos campos son distinguidos el procedimiento no es, en conjunto, el mismo en los dos. Pero ambos movimientos de pensamiento son empleados en ambos campos de objetos. Ni el poder analítico de la **noesis** ni el método de deducción racional se limitan a objetos matemáticos; y las "hipótesis" (si bien de diferente clase) se usan en la obra para definir Ideas morales y son asunto de crítica.

A través de los triángulos visibles o imaginados el geómetra contempla la Idea de triángulo, su verdadera naturaleza, que contiene, para Platón y Aristóteles, las "propiedades esenciales" que se pueden trazar y demostrar en una cadena indefinida de teoremas sobre el triángulo. El *problema* era algo que había que realizar, el fruto de una acción **(prattein)** que traería a la existencia actual las construcciones elementales conseguidas por intuición y que estaban latentes en la figura dada, y que aparecen mostradas en un diagrama completo. El teorema es el fruto de la contemplación **(teorein)** que penetra mediante la intuición en las propiedades latentes "contenidas en" la esencia. La "demostración" **(apodeixis)** es exhibición de esas propiedades como pertenecientes a la esencia, en forma de proposiciones explícitas dispuestas en un secuencia lógica, deductiva o silogística.

Más aún, no sólo las Ideas como la de Triángulo sino las morales y otras Ideas son *géneros*, que contienen potencialmente a las *especies*. Estas especies se quedan explicitadas en la División **(diaíresis)** tabular, apuntadas (aiming) en una definición que separará las más bajas especies de todas las demás. Cuando el método dialéctico es aplicado a la definición de una Idea, el ascenso es realizado por el "sinóptico" acto de averiguar (divine) por intuición la unidad difundida en una multitud reuniéndola (the unity pervading a manifold "gathered together") **(synagogé)**. Esta unidad se convertirá en el "género" que debe establecerse como cabecera de la tabla. El proceso descendente es la "División", que percibe las "diferencias" dentro de esta unidad y las organiza en una secuencia lógica.

Proclo percibió una analogía entre estos movimientos ascendentes y descendentes para obtener definiciones y los movimientos ascendentes y descendentes del análisis y síntesis geométricas para lograr construcciones. El pasaje de Proclo arriba citado (p.5) continúa conectando la División platónica del género en especies con la solución de un problemas por construcción:

El segundo es el método de la División, que divide en sus partes (especies) el género que se proponía en consideración (como un resultado de un previo ***sinagogé****), y da un punto de partida para la demostración por medio de la eliminación de otros elementos en la construcción de lo que es propuesto, cuyo método también Platón alabó por prestar ayuda en* ***todas las ciencias.***

A Proclo la contemplación del dialéctico del género propuesto para división, le parece análoga a la contemplación del geómetra de su figura dada. La definición final de las especies expone en forma explícita (**lógos**) los elementos, las diferencias contenidas en las esencia definida, así como el diagrama entero del geómetra muestra los elementos de la demostración. Cada uno, al alcanzar sus resultados, eliminan, paso a paso, los elementos irrelevantes: el dialéctico al seleccionar cada diferencia rechaza su alternativa; el geómetra retiene sólo los elementos que figurarán en la demostración y rechaza otros con los que se encuentra pero que no son relevantes para llegar a su conclusión.

D) Las disposiciones intelectuales del matemático y del dialéctico

Las disposiciones intelectuales, orientadas hacia un tipo determinado de conocimiento, características de los matemáticos y de los dialécticos son, respectivamente, la **dianoia** y la **noesis**. En la medida en que se oponen entre sí tienen el siguiente significado:

A) **Dianoia** quiere decir:

(1) el movimiento descendente del entendimiento que sigue a un argumento deductivo desde las premisas a la conclusión.

(2) un estado mental de incertidumbre de alguien para quien el así llamado "conocimiento" consiste sólo en cadenas sueltas de razonamiento dependientes de un supuesto todavía no demostrado o que no se ve que sea indemostrable.

B) **Noesis** quiere decir:

(1) el intuitivo acto de aprehensión, por un salto ascendente, de una Idea o una verdad primaria implícita en una conclusión.

(2) el estado de la mente (propiamente llamado noûn ejein o episteme) de alguien que ve con perfecta claridad una completa estructura de verdad iluminada por el principio incuestionable.

La disposición intelectual **(hexis)** de los geómetras y de los matemáticos en general no es **nous** sino **dianoia**, entendida ésta como algo intermedio entre la creencia y el **nous** (511CD). Estas dos disposiciones intelectuales diferenciadas pueden encontrarse desde el *Menón*. Aquí el esclavo pasa de falsas creencias a verdaderas creencias, pero sólo llega a tener conocimiento cuando se prueba su necesidad lógica "by reflection on the reason" (**aitías logismô**). Pero en la *República* se pide algo más, porque la comprensión intelectual de un coherente, pero aislado trozo de razonamiento deductivo, se queda en **dianoia**, y no llegará a ser **nous**, o genuino conocimiento, hasta que no se hayan elevado hasta la aprehensión intuitiva del principio indemostrable de la ciencia en su totalidad. Por **nous**, aquí y más tarde, Platón entiende la visión perfectamente clara de la estructura completa de la verdad matemática, a través de todas las ramificaciones que se hayan descubierto, como iluminadas desde arriba por la luz de la premisa última, intuitivamente percibida y tal que no puede ser cuestionada.

No se puede llamar conocimiento a las matemáticas en cuanto que si bien la conclusión, [como los teoremas anteriores], [de la demostración deductiva], son conocidos, en cambio el genuino primer principio es desconocido. El método dialéctico prosigue, mediante la abolición de las hipótesis, hacia el principio primero, para hacerlo seguro. Este método utiliza las matemáticas como ayuda para clarificar el ojo del alma y poco a poco tirar de ella hacia arriba. Pero las "artes" matemáticas en su presente condición no podrían ser llamadas "ciencias" (**epistemés**). El estado mental del matemático aquí es mera **dianoia**, más claro que la creencia pero menos que el conocimiento.

Pero nadie negará que las matemáticas no son suficientes para alcanzar la verdadera comprensión de la verdadera naturaleza de sus objetos; para esto se requiere otro método. Este método será el de la ciencia dialéctica, que, sin embargo, sólo podrá revelar su verdad a alguien versado en las ciencias matemáticas; sólo se puede llegar a la dialéctica a través de las matemáticas, de ninguna otra manera.

Hemos examinado hasta ahora, en consecuencia, las diferencias fundamentales entre matemáticas y dialéctica, respecto a sus objetos, sus métodos de conocimiento -tanto sus analogías como sus divergencias- y, en particular, las similitudes y diferencias entre el análisis y la síntesis, y sus influencias mutuas en las matemáticas y dialéctica; también las diferentes disposiciones intelectuales que caracterizan tanto al matemático y al dialéctico, en su diverso talante a la hora de conocer.

Queda suficientemente patente la importancia de las matemáticas en la educación y en la investigación del conocimiento como antesala imprescindible para llegar a la ciencia de la dialéctica. En *República* VII, Platón describe todo un programa de educación, que es, a la vez, un programa de investigación, donde hay todo un curriculum de educación matemática seguido por un curriculum de la dialéctica moral. Sería el siguiente:

-- **El Curriculum de la Educación Matemática** (536D-537C)

Los estadios educativos hasta la aparición de la dialéctica son los siguientes:

(1) La educación elemental de música y gimnasia ha sido ya esbozada en los libros II y III del *diálogo*.

(2) 536D-537A. Todos los estudios de la propaideia matemática hasta la dialéctica serán introducidos a los chicos a los 17 o 18 años en formas de juegos, no por fuerza (Confert. *Leyes*, 819B y sigts., donde se afirma que se pasará de tratar con manzanas y diagramas a pensamientos sobre número abstractos e figuras ideales, con operaciones y pruebas ya expuestos en libros de texto).

(3) 537B Dos o tres años de entrenamiento gimnástico exclusivamente.

(4) 537C A la edad de 20 años un número selecto será propuesto para 10 años de estudio de las mismas ciencias matemáticas desde un punto de vista sinóptico o comparativo. *"Deben disponer conjuntamente los tramos sueltos de aprendizaje matemático que han adquirido cuando muchachos en una visión comprehensiva (sinopsis) de las relaciones de estos estudios entre sí y con la naturaleza de la realidad"*. Sólo así se establecerá con seguridad el conocimiento. Además, esta prueba revelará cuales de ellos están capacitados para continuar hasta la dialéctica, donde una visión comprehensiva, captando muchas cosas juntas y encontrando en ellas su unidad, es esencial.(esto evoca 531CD: sólo será provechoso la labor con todas las ramas de la matemática si se perciben sus interconexiones y relaciones).

Aunque no se especifica, los diez años parece que se dedicarán por parte de estos estudiantes ya maduros a ser introducidos en la investigación matemática avanzada, la cual ayuda precisamente a la coordinación de la verdad matemática en todas las ramas. Puede ser que algunos ya comenzaran a investigar por sí mismos.

Pero los guardianes tienen que ser formados también para el ejercicio de las funciones prácticas morales en el arte de gobernar. Un grupo selecto debe ser adentrado más aún en el campo de las Ideas morales. Su formación en ello le ocupará los siguientes cinco años, desde los 30 hasta los 35 (539C).

El objeto inmediato del educador es *"ponerlos a prueba mediante la conversación filosófica y averiguar cuáles de ellos son capaces de renunciar a los ojos y los demás sentidos y avanzar en compañía de la verdad hacia la realidad en sí."* (537D)

De todas formas, a pesar de los cinco años de curso de dialéctica ninguno de los puestos a prueba logrará la visión total del Bien. En 540A se separa la revelación del Bien de este curso de dialéctica por un intervalo de quince años (de los 35 a los 50 años) pasado en cargos militares y civiles de importancia secundaria. Los pocos que consigan pasar todas esta pruebas educativas y de vida práctica serán llevados hacia la meta final.

Platón no podría sostener que los resultados de la investigación en el campo moral, como los resultados de las matemáticas, puedan ser puestos por escrito en un libro de texto. Cada generación de filósofos tiene que ser llevados hasta su objetivo a través del trato directo con otros que lo hayan alcanzado o que estén cerca de alcanzarlo. Todos ellos deben abrirse paso en su camino a través de las críticas (**elenchi**) de la conversación y descubrir por sí mismos un conocimiento que no puede ser transmitido mediante instrucción.

Cuando el filósofo ha visto el Bien en sí, el dividirá el resto de su vida entre la investigación (**filosofía**) y los deberes prácticos de supremo gobernante; en la investigación matemática trabajará para extender y perfeccionar la estructura de la ciencia matemática. Tanto en el campo científico como en el moral, en cuanto educador formará a otros como él para sucederle (**állous aeì paideúsantas toioútous**). Como gobernante del estado, legislará;y usando la naturaleza del Bien como un "modelo", creará orden (**kosmeîn**) en su ciudad y en su propia alma y el alma de los demás. Y a su muerte, será venerado como un daimon, o al fin, como un **eudaímon** y un hombre "divino".

Bibliografía Utilizada

- Cornford, F.M.: *Mathematics and dialectic in the* Republic *VI y VII*, en la revista *Mind*, 1932, págs. 36-52 y 173-190.

- Crombie, I.M.: *Análisis de las doctrinas de Platón*, (2 vol.), A.Universidad, Madrid, 1990.

- Fowler, D.H.: *The Mathematics of Plato's Academy*, Cambridge U.P., 1990.

- García Bacca, J.D.: *Textos clásicos para la historia de las ciencias*, Universidad central de Venezuela, 1961.

- Guthrie, W.K.C.: *Historia de la Filosofía Griega*,(hasta ahora 4 vol. en castellano), Gredos, Madrid, 1984-1990.

- Heath, T.L.: *A History of Greek Mathematics*, capt. "Plato", Dover.

- Platón: *La República*,(Trad.: J.M. Pabón y M. Fernández Galiano), Alianza Editorial, Madrid, 1988.

- Rey, A.: *La madurez del pensamiento en Grecia*, Uteha, México, 1961.

- Sarton, G.: *Historia de la ciencia*, Editorial Universitaria de Buenos Aires.

- Serres, M. (dir.): *Historia de las ciencias*, "Tercera bifurcación: ¿una matemática griega o dos?", Cátedra, Madrid, 1991.

- Taton, R. (dir.): *Historia General de las Ciencias*, 2ª Parte, "La ciencia helena", Orbis, Barcelona, 1988.

- Vega, L.: *La trama de la demostración*, A. Universidad, Madrid, 1990.