

El SISTEMA PTOLEMAICO



Jesús Sánchez Navarro.
Profesor de Filosofía de la Ciencia.
Universidad de la Laguna.

El Sistema Ptolemaico

*T*oda disciplina científica, en especial si es empírica, se constituye definitivamente como tal a lo largo de un proceso lento y difícil en el que penosamente se va acotando un dominio de fenómenos como objeto de estudio, se detectan y analizan problemas para los que se proponen soluciones tentativas y con frecuencia inconexas y, sobre todo, se acumulan observaciones sistemáticas, se relacionan entre sí y se seleccionan sus características pertinentes, desde el punto de vista de la rama de la ciencia que se está constituyendo, desechando los restantes como irrelevantes. El resultado de este proceso es la construcción de 'modelos de datos', esas idealizaciones de los fenómenos que constituyen las regularidades que la ciencia pretende explicar y son el fundamento de cualquier predicción efectiva. Sobre esa base se definen también los conceptos teóricos fundamentales de la disciplina y se formulan los modelos teóricos e hipótesis explicativas que, con mayor o menor fortuna, pretenden dar cuenta de los acontecimientos que nos rodean o de sus idealizaciones sistemáticas.



La relación entre ambos elementos, el conjunto de 'modelos de datos' que constituye la base empírica y la teoría con sus modelos teóricos explicativos, es de interdependencia mutua, de tal manera que los cambios, el aumento de precisión o la incorporación de casos nuevos en el primero pueden conducir a modificaciones de profundidad variable en el segundo e incluso a su abandono y sustitución por otro radicalmente diferente. La situación es la misma en el caso contrario: los cambios del componente teórico llevan a modificaciones de la base empírica sea porque den lugar a reinterpretaciones de los datos existentes, a un aumento de la precisión o a la incorporación de otros nuevos. Igualmente, cada uno de los elementos puede actuar en ciertos momentos como salvaguarda del otro. Así, ciertas interpretaciones de los datos distintas a las habituales o idealizaciones y observaciones nuevas pueden ser rechazadas como irrelevantes o manifiestamente erróneas por sobrepasar en demasía el dominio de aplicación de la teoría vigente, por violar los métodos de investigación reconocidos o chocar frontalmente con algún supuesto fundamental incorporado a la teoría, pero cuya verdad se asume más allá de la teoría misma. Y una propuesta teórica alternativa a la dominante puede ser considerada inviable por diferir en exceso de la interpretación generalizada de la base empírica sin incrementar la precisión, ni generar observaciones nuevas.

Esta situación es perfectamente apreciable en la evolución de la astronomía griega durante el periodo precedente a la elaboración del sistema astronómico de Hiparco y Ptolomeo. Los diferentes sistemas de Eudoxo, Calipo, Aristóteles o los estoicos, con sus continuos cambios en el número de esferas y en la interpretación de su naturaleza y la de los modelos teóricos resultantes, matemáticos en los dos primeros, físico-cosmológicos en los segundos, ejemplifican esos procesos de regulación recíproca entre la base empírica disponible y la teoría. De la misma forma, el tratamiento de ciertas anomalías como la variación brusca en el brillo y tamaño aparente de los planetas y el



destino sufrido por las propuestas de Heráclides y Aristarco ilustran el aspecto de salvaguarda mutua.

En general, esa interacción entre la teoría y los datos es el motor y la característica más notable del desarrollo del conocimiento científico, que suele ser más rápido cuanto más estrecha es la interdependencia. Ahora bien, la fuerza de la relación entre teoría y base empírica, así como la velocidad, profundidad e incluso la admisibilidad de los cambios en una u otra no dependen sólo de cuestiones estrictamente científicas e internas al contenido 'puro' de la teoría.

Así, es fundamental disponer de un aparato matemático-formal potente y desarrollado o de un conjunto de métodos y asunciones compartidos y claros que permitan delimitar y atacar los problemas con precisión, elementos ambos cuyo desarrollo completo depende de otras ramas de la ciencia e incluso de la filosofía. En el mismo sentido, factores como la construcción de nuevos instrumentos de observación o el acceso a conjuntos de datos no disponibles previamente son fundamentales para el aumento en cantidad, calidad y precisión de la base empírica. Más importante aún es la integración de los individuos interesados en esa rama del conocimiento en comunidades organizadas dotadas de sistemas de comunicación fluidos y comprometidas con el estudio sistemático de un dominio de fenómenos. Estos cuatro factores juegan un papel determinante en el desarrollo de la ciencia madura, pero son aún más importantes en el proceso de constitución de una disciplina científica, no sólo porque aceleren o frenen este proceso, sino porque las formas que adopten le otorgan una impronta característica que queda patente en el producto final.

Este es precisamente el caso de la astronomía griega, que alcanza el status de científicidad estricta capaz de satisfacer los cánones más exigentes con la teoría de Hiparco-Ptolomeo, capaz de mantenerse vigente durante casi 1.500 años, pero que sólo pudo formularse cuando los cuatro factores antes citados estaban suficientemente elaborados.



Ciertamente los griegos habían tenido intereses astronómicos desde mucho antes y habían construido sistemas para dar cuenta del comportamiento observado de los cuerpos celestes, pero no llegaban a constituir una teoría articulada en sentido estricto, sino que oscilaban entre sistemas cosmológicos generales con un fuerte componente filosófico y complejos modelos geométricos esencialmente cualitativos. Incluso los sistemas más refinados, como los de Eudoxo o Aristóteles, tienen poca potencia explicativo-predictiva y se les puede situar más adecuadamente dentro del proceso de determinación del dominio de estudio y construcción de los modelos de datos básicos, cuya explicación se considerará esencial, que dentro de la elaboración teórica genuina. Su contribución es también de suma importancia desde un punto de vista metodológico, tanto para determinar las asunciones básicas indiscutibles como la naturaleza de los modelos teóricos, pero las sistematizaciones resultantes distan mucho de la perfección de la gran síntesis de Ptolomeo. Es cierto que entre Aristóteles y Ptolomeo hay casi 500 años de distancia (que se reducen a unos 200 en el caso de Hiparco), cantidad de tiempo suficiente para justificar su diferente calidad, pero la razón última de las limitaciones de los sistemas precedentes respecto al ptolemaico se debe a que los cuatro factores antes citados (al menos tres de ellos) aún no se habían desarrollado suficientemente cuando se construyeron, más que a la diferencia temporal por grande que ésta sea.

El aparato matemático-formal necesario para construir una teoría astronómica precisa sólo empezaría a desarrollarse a partir de la síntesis euclidiana y, especialmente, los trabajos de Apolonio sobre excéntricas y epiciclos, de Menelao sobre geometría esférica, de Hiparco sobre 'trigonometría' o del propio Ptolomeo sobre proyecciones en el plano. La constitución de una comunidad científica estable tendría lugar, inicialmente, en la Biblioteca y el Museo de Alejandría y continuaría después en Rodas, Pérgamo, etc., y la fabricación de nuevos instrumentos de observación o el acceso a conjuntos sistemáticos de observaciones como los babilonios dependerían en gran medida tanto del nacimiento de



esta comunidad científica, como de la nueva situación política resultante tras la muerte de Alejandro.

El único factor que se había constituido en tiempos de Eudoxo y Aristóteles era el metodológico y de las asunciones filosóficas básicas, y ésto porque fueron precisamente ellos quienes lo elaboraron. Aunque ésto no disminuye su importancia, ni su genio, permite comprender las profundas limitaciones de sus construcciones teóricas y el salto cualitativo que representa la síntesis ptolemaica, así como las razones por las que usualmente se considera la teoría de Hiparco-Ptolomeo el momento culminante de la astronomía griega gracias al cual ésta adquiere carta de naturaleza como disciplina científica estricta. Por eso, conviene hacer una breve exposición de estos cuatro factores antes de enfrentarnos al trabajo de Ptolomeo.

Asunciones Previas y Supuestos Metodológicos: El Problema de Salvar las Apariencias

Toda teoría científica, y en general toda ciencia, se basa en una serie de asunciones, explícitas o implícitas, acerca de los fenómenos que estudia, la naturaleza de los modelos que construye e incluso la estructura de la realidad. Igualmente, se basa en unos cuantos supuestos fundamentales que se consideran indiscutibles y cuya justificación se toma como dada de antemano e independiente de la teoría misma. Tales asunciones y supuestos tienen tanta fuerza que no suelen formularse explícitamente y, al mismo tiempo, determinan la teoría hasta tal punto que su abandono y sustitución por otros da lugar a una revolución científica frente a los procesos mucho más frecuentes de mero



cambio de teorías (en los que tales supuestos se mantienen inalterables o, a lo sumo, con ligeras modificaciones).

Cuando la ciencia se encuentra estructurada globalmente con sus distintas ramas constituidas y desarrolladas e interconectadas entre sí, los supuestos de cada disciplina suelen provenir de otras ramas de la ciencia dentro de las cuales son justificados suficientemente. Sin embargo, en los momentos iniciales de desarrollo de la ciencia, cuando sólo algunas disciplinas se iban constituyendo lentamente, los supuestos y asunciones básicos, así como su justificación, provenían tanto de las pocas ramas de la ciencia disponibles en ese momento (si había alguna), como del contexto cultural general y especialmente de la filosofía. En esa situación se encuentra la astronomía en Grecia. Parte de sus supuestos iniciales derivan de planteamientos filosófico-cosmológicos y culturales en general. Precisamente la gran contribución de Eudoxo y Aristóteles será conectarlos con la geometría y probar que pueden dar lugar a modelos matemáticos que se aplican a las observaciones, el primero, y conectarlos con la 'física' dándoles una justificación física y empírica, el segundo.

Estos supuestos arrancan de lo que se ha dado en llamar el problema de 'salvar las apariencias'¹ (o salvar los fenómenos observados), cuya enunciación achaca Simplicio a Platón. El problema es el siguiente:

[1] En un sentido general, las 'apariencias' o los 'fenómenos' serían los movimientos observados de los planetas, aunque en sentido estricto no son los fenómenos que normalmente observamos si miramos al cielo: son el resultado de observaciones continuadas y sistemáticas, es decir, modelos de datos como los que citábamos al principio construidos a partir de datos diferentes (distintas posiciones sucesivas del planeta respecto a las estrellas, etc), idealizados convenientemente (separando los movimientos diario y a través de la eclíptica, prescindiendo de factores considerados irrelevantes –como ciertos fenómenos ópticos que afectan al Sol o la Luna, etc–), e interpretados de cierta manera (se distinguen, por ejemplo, de meteoritos y estrellas fugaces, etc).



*¿Cuales son los movimientos circulares y perfectamente regulares que conviene tomar como hipótesis a fin de poder dar cuenta de las apariencias presentadas por los planetas?*²

Tradicionalmente se ha considerado que en esta simple pregunta están implícitos casi todos los supuestos de partida de la astronomía griega. El problema básico gira en torno a como se entiendan 'hipótesis' y 'salvar las apariencias' (*sozein ta fainomena*) y las posiciones clásicas son tres³:

a) *Instrumentalista*: Las trayectorias observadas de los planetas son los únicos movimientos reales. Lo que se pide es la construcción de un modelo teórico, sin correlato en la realidad, que mediante combinaciones de curvas (esferas, círculos, circunferencias, etc.) describa y prediga los movimientos observados. La validez de los modelos vendrá dada por su éxito predictivo, por su capacidad para dar cuenta de todas las observaciones. No es necesario construir un sistema global, sino que puede disponerse de un modelo diferente para cada planeta. Igualmente, los modelos se consideran matemáticos y no es necesario darles una interpretación física, ni mucho menos mecánica (no obstante, puede haber instrumentalistas físicos que pidan una interpretación física parcial porque la consideren más completa, más visualizable o coherente con el sentido común o más explicativa y no meramente predictiva). Es indistinto usar circunferencias, círculos o esferas porque las curvas postuladas por la astronomía no existen realmente.

[2] . Simplicio, Comentario al De Coelo de Aristóteles, 2. 12.

[3] . La interpretación tiene mucho que ver con los planteamientos filosóficos de quien la haga, p. ej., Duhem tiende a la versión instrumentalista, como Hanson; Heath y los historiadores clásicos son más proclives a la versión realista. El problema se acentúa si se intenta situar a Ptolomeo respecto a estas posiciones, pues al comienzo de la *Sintaxis* -libros 1 y 3- parece realista matemático, al final -libro 9- instrumentalista y en la *Hipótesis de los planetas*, realista físico. El problema se extiende a lo largo de la historia de la ciencia y es de suma importancia en la revolución copernicana donde alternan el instrumentalismo de Osiander y T. Brahe con el realismo matemático de Copérnico, los coqueteos de Kepler o Galileo con el realismo físico sin acabar de salir del matemático y el realismo físico fuerte de Newton.



b) *Realistas matemáticos*: Los movimientos observados de los planetas son sólo aparentes y constituyen el resultado final de las combinaciones de curvas postuladas por la astronomía, lo real son estas combinaciones de curvas. Los modelos teóricos de la astronomía pretenden tener un correlato real y en este sentido son verdaderos o falsos por su correspondencia con la realidad y ello con independencia de su éxito o fracaso predictivo y de su acuerdo o desacuerdo con las interpretaciones dominantes, en un momento dado, de los fenómenos. En última instancia reproducen y describen el movimiento real del cual el movimiento errático observado es sólo el resultado aparente. Pero esos modelos son estrictamente matemáticos y no necesitan interpretación física, ni explicación mecánica o causal. Pueden presentarse separadamente para cada planeta a efectos de mayor simplicidad, pero siempre es posible articularlos como un sistema global.

c) *Realistas físicos (o mecánicos)*: Como en el caso anterior, los movimientos observados son sólo apariencias resultantes de movimientos reales inobservables, pero en este caso los modelos teóricos pretenden tener un correlato físico real, por ello los modelos geométrico-matemáticos deben tener una interpretación física que explique causal y mecánicamente los fenómenos observados. La interpretación debe ser completa, es decir, dar cuenta de sus consecuencias contrafácticas (rozamiento, impulso inicial, sustentación del planeta, naturaleza de las órbitas -o fuerzas, si las hay-, etc.). El sistema resultante tiene que ser cosmológico y unitario y no debe limitarse a dar cuenta de las apariencias celestes, sino que debe salvar toda la experiencia relevante (fuerzas y acción a distancia si no se usan esferas, problemas del vacío si se postula éste, problemas físicos si la Tierra se moviera, etc). De la misma manera, sus supuestos básicos pueden y deben recibir apoyo empírico y justificación física.

En los tres casos, los movimientos observados de los planetas, sean reales o apariencias, son indiscutibles y constituyen la base empírica de la que debe darse cuenta. La elección de un camino u otro influye decisivamente en el sistema astronómico



resultante. Así, Aristóteles, como buen realista físico, se ve obligado a introducir las esferas compensatorias, problema que no se plantea Calipo, más cercano al realismo matemático. Es posible, incluso, alternar dos posiciones como hacían algunos medievales con la teoría de la doble verdad: considerar el sistema ptolemaico instrumental y el aristotélico real, lo que les permitía utilizar y compartir ambos.⁴

Además de lo anterior, la propuesta de salvar las apariencias incluye otros supuestos metodológicos:

- *El principio de circularidad*: los fenómenos observados han de ser 'salvados' mediante movimientos circulares o combinaciones de movimientos circulares sin recurrir a otras figuras geométricas.

- *El principio de uniformidad*: los movimientos postulados han de ser uniformes, es decir, con velocidad angular uniforme de manera que barran ángulos iguales en tiempos iguales; los cambios de velocidad aparente deben 'salvarse' mediante combinaciones de círculos -o esferas- moviéndose en diferentes direcciones.

- *El principio de simplicidad*: los movimientos postulados han de ser lo más simples y sencillos posibles.

- *El principio de regularidad y orden*: el mundo está dispuesto siguiendo un cierto orden y este principio de orden vale tanto para lo real como para lo aparente; los movimientos postulados han de ser regulares y semejantes para todos los objetos celestes (todos los objetos celestes obedecen las mismas leyes).

- *El principio de finitud, centralidad e inmovilidad*: el universo es completo y uniforme por todas sus partes, por tanto, es finito y tiene centro; además, es imposible que todo lo que existe

[4] . Algo semejante proponía Osiander entre el sistema geocéntrico de Aristóteles y el heliocéntrico de Copérnico.



se mueva o que todo lo que existe esté en reposo: algún objeto debe estar en reposo mientras el resto se mueve.

Todos estos principios son metodológicos, filosóficos y casi vacíos si se prefiere, y se fueron desarrollando con los primeros sistemas astronómicos de Eudoxo, Calipo y Aristóteles y, entendidos de esta manera general, se mantuvieron en toda la astronomía griega, incluyendo la teoría ptolemaica, llegando hasta Copérnico y T. Brahe. Sin embargo, junto con ellos se introdujeron otras asunciones dotadas de contenido que constituían los supuestos de partida de la astronomía griega y se justificaban a partir de la experiencia ordinaria, el sentido común o, a lo sumo, la física aristotélica. Los principales de estos supuestos físicos eran⁵:

- El universo es limitado y esférico y se mueve como una esfera.

- La Tierra también es esférica.

- La Tierra está en el centro del universo.

- La Tierra es como un punto respecto al tamaño del universo.

- La Tierra está en reposo.

- Todos los objetos celestes se mueven, pero algunos tienen un sólo movimiento constante de rotación uniforme que realizan todos a la vez (las estrellas) y otros tienen movimiento propio independiente (los planetas).

Ambos grupos de asunciones fueron aceptados y compartidos por Hiparco y Ptolomeo. Donde se produce su divergencia es respecto a una cierta interpretación cosmológica y

[5] . Estas asunciones se consideraban hipótesis de partida y tenían que ser justificadas bien por reducción al absurdo de sus alternativas, bien por 'demostración' a partir de la experiencia y el sentido común. Se encuentran con distintas formulaciones en Aristóteles, Cleomedes, Teón, etc. El mismo Ptolomeo abre la *Sintaxis Matemática* con cinco de estas hipótesis.



cuantitativa resultante de combinar los dos grupos de supuestos anteriores y que gozó de cierta popularidad filosófica. Esa interpretación se articularía en cuatro puntos:

1- La Tierra es redonda y está inmóvil en el centro mismo del universo.

2- El universo es finito y esférico y está contenido dentro de la esfera de las estrellas fijas.

3- Las estrellas están todas a la misma distancia de la Tierra, inmóviles entre sí y sujetas a la esfera de las estrellas que da una vuelta diariamente en torno a la tierra; ese es su único movimiento.

4- Los planetas tienen movimiento propio, pero todos se mueven circular, concéntrica y uniformemente alrededor de la Tierra.

Estos cuatro principios cosmológicos se originan en Aristóteles y serían recogidos por los estoicos. Es conveniente mencionarlos porque, como veremos más adelante, serían modificados en ciertos aspectos por la teoría de Hiparco-Ptolomeo, razón por la cual durante la Edad Media se desarrollaría la teoría de la doble verdad, que consideraba instrumental el sistema ptolemaico y real el aristotélico-estoico basado en esos cuatro principios.



La Constitución de la Comunidad Científica: La Biblioteca y el Museo

Los supuestos y asunciones que acabamos de ver se fueron fijando durante el desarrollo inicial de la astronomía y estaban ya establecidos en el siglo III a.C. Todos, excepto los cuatro supuestos cosmológicos finales, fueron asumidos por Hiparco y Ptolomeo, aunque refinándolos. Sin embargo, el sistema ptolemaico era muy superior a todos sus predecesores tanto en potencia explicativo-predictiva como en precisión y riqueza formal. La razón de esta superioridad estaba, como hemos dicho antes, en que para su construcción Hiparco y Ptolomeo dispusieron de un aparato formal mucho más desarrollado y rico que sus antecesores, mejores instrumentos de observación y un cúmulo de observaciones muchísimo mayor y más preciso. Ello fué posible gracias al trabajo organizado y sistemático que se produce en la ciencia griega a partir del siglo III y cuyo origen está en la institucionalización de una comunidad científica articulada, con canales de comunicación estables, relativamente profesionalizada y dotada de medios de investigación. Todo ello favoreció la realización de trabajos de investigación sistemáticos y la circulación fluida y accesibilidad de conocimientos y registros observacionales.

El impulso fundamental para la constitución de la comunidad vino de la fundación de la Biblioteca y el Museo de Alejandría por Ptolomeo Soter, cuyo ejemplo fue seguido posteriormente en otros lugares como Pérgamo, Rodas, etc. Es cierto que anteriormente ya existían instituciones como la Academia platónica o el Liceo aristotélico, pero eran centros



privados, orientados fundamentalmente a la enseñanza y la filosofía y muy marcados por las doctrinas de sus fundadores. Por el contrario, la Biblioteca y el Museo eran financiados con fondos públicos (o, más exactamente, privados del faraón, pues el monopolio del comercio del trigo era propiedad personal suya, con los enormes ingresos que eso suponía), se dedicaban casi exclusivamente a la investigación en los campos que hoy consideramos ciencia y carecían del componente escolástico de la Academia o el Liceo. Aunque eran interdependientes e incluso se ubicaban en edificaciones contiguas, ambas instituciones tenían funciones diferentes e incluso directores distintos.

El Museo estaba dedicado a la investigación y toda su estructura y organización estaba dirigida hacia ese objetivo. Así, poseía residencias para los investigadores que trabajaban en él, salas de reuniones, de discusión y de estudio, talleres y laboratorios (incluyendo salas de disección, como las usadas por Herófilo y Erasítrato), un observatorio, un jardín zoológico y otro botánico, etc. Su funcionamiento y administración eran autónomos y su director sólo tenía la obligación de rendir anualmente cuentas 'científicas' al faraón. En cuanto a los investigadores tenían la obligación de celebrar periódicamente sesiones de información y discusión de sus trabajos y también había visitantes invitados a estancias periódicas. Todo ello favorecía el desarrollo de la 'investigación normal', es decir, el trabajo analítico basado en estudios monográficos de problemas, análisis detallados de desarrollos precedentes o de sus ampliaciones a otros problemas e investigaciones encaminadas a la resolución de anomalías. Así, se favoreció la acumulación y disponibilidad de conocimientos especializados, la elaboración de técnicas concretas para atacar problemas específicos, la construcción de instrumentos científicos o el acceso a conjuntos de datos y registros de observaciones hasta entonces poco o nada utilizados.

En este último aspecto jugaba un papel fundamental la Biblioteca, que no era un simple centro receptor de papiros, sino una combinación de centro de consulta, de investigación filológica y de traducción. Para hacerse una idea de su magnitud conviene



recordar que, en su momento de mayor esplendor, llegó a contar con 400.000 volúmenes. La decadencia de la Biblioteca y el Museo comienzan a partir del siglo II d.C., en la época de Ptolomeo⁶, y llegan a su crisis definitiva en el 270 en que son cerrados por orden del emperador Aureliano. A partir de entonces sólo se mantuvo el Serapeum, un anexo de la Biblioteca, que perduró hasta la muerte de Hipatia, la última bibliotecaria.

El Desarrollo del Aparato Matemático y de los Instrumentos de Observación

La existencia de una comunidad científica como la descrita más arriba (y otras semejantes en Pérgamo, etc) tuvo una influencia determinante en el rápido desarrollo de un aparato matemático adecuado para su utilización en astronomía y en la elaboración de técnicas formales de medición e instrumentos de observación precisos.

La axiomatización euclidiana de la geometría constituyó el punto de partida para una serie de estudios geométricos sobre otras ramas de la geometría que no estaban incluidas en los Elementos y que fueron fundamentales para la teoría astronómica de Hiparco-Ptolomeo. Así ocurrió con los trabajos de Apolonio sobre las secciones cónicas y su definición de las excéntricas y los

[6] . No deja de ser irónico, y también significativo, que la creación de la Biblioteca sea contemporánea de los Elementos de Euclides y el comienzo de su decadencia casi coincida con la 'publicación' de la Sintaxis Matemática de Ptolomeo, las dos obras científicas más importantes de la Antigüedad.



epiciclos utilizados inmediatamente después por Hiparco para dar cuenta del movimiento planetario.

Igualmente importante fué el desarrollo de la geometría esférica por matemáticos como Teodosio, Menelao, etc., que este último ya utilizó en astronomía. Su trabajo consistió en generalizar los hallazgos y demostraciones de Euclides sobre los triángulos a los triángulos esféricos, definidos como el área incluida por arcos de grandes círculos sobre la superficie de una esfera, siendo cada lado un arco menor que un semicírculo. Los ángulos de estos triángulos esféricos (a los que llamaba triláteros para distinguirlos de los triángulos planos) eran los ángulos contenidos por esos arcos de grandes círculos sobre la esfera y podían establecerse relaciones entre ellos a partir de las relaciones entre los planos que contienen los arcos. De este modo, un ángulo sería mayor o menor que otro según los planos que contienen sus arcos tuvieran un ángulo mayor o menor que los del otro y el ángulo sería recto si los planos de sus arcos están en ángulo recto. Sobre esta base, generaliza todos los resultados de Euclides acerca de los triángulos a estos triláteros y al hacerlo establece los fundamentos de la proyección que luego utilizará Ptolomeo para trasladar los puntos de la esfera celeste sobre planos.

De la misma manera, los estudios de Teodosio y Menelao ponen la base de la trigonometría que desarrollarán Hiparco y, sobre todo, Ptolomeo para construir la impresionante tabla de cuerdas que presenta en el libro I de la Sintaxis y que es esencial para determinar con precisión las distancias y movimientos celestes. No obstante, hay que tener en cuenta dos salvedades que caracterizan la trigonometría de Ptolomeo. La primera, que no usa ángulos o senos de ángulos, sino las cuerdas de los arcos que subtienden los ángulos, con lo cual sustituye la medición de ángulos por la estimación de las cuerdas que los subtienden. La segunda, que usa números sexagesimales, al modo babilonio, lo que le permite evitar las fracciones. Así, divide el círculo en 360 partes iguales (grados) y el diámetro en 120 partes iguales. Esas partes se toman como unidad y en ellas se expresa la longitud de cada cuerda. Cada una de estas partes se divide en 60 más



pequeñas (primeros, minutos) y cada una de éstas en otras sesenta (segundos).

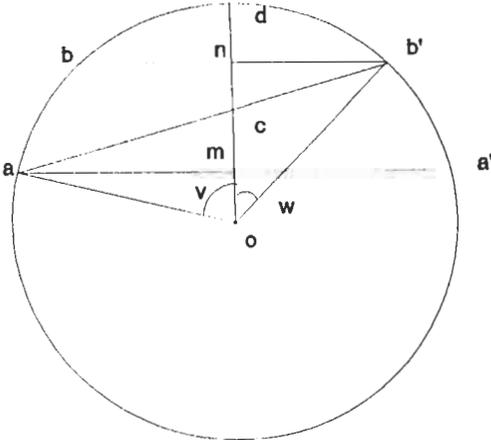


Figura 1

La equivalencia entre cuerdas y senos la establece Heath mediante una demostración muy sencilla. En la figura 1 el arco ad del círculo con centro en o subtende el ángulo v sobre el centro o . Se traza am perpendicular a od y se prolonga hasta cortar el círculo en a' . Así, el seno de v es igual a am/ao y am es $1/2$ de aa' , es decir, la mitad de la cuerda subtendida por un ángulo $2v$. Puesto que para Ptolomeo el tamaño máximo de una cuerda es el de las 120 partes que forman el diámetro y $am/ao=aa'/2ao$, entonces el seno de

v es equivalente a la mitad de la cuerda subtendida por el ángulo $2v$ [$1/2$ (cuerda $2v$)]. Para determinar los valores de las cuerdas Ptolomeo usa dos métodos: por un lado recurre a derivaciones de los elementos de Euclides para los lados de los polígonos regulares (como hacía Hiparco); en los restantes casos recurre al 'teorema de Ptolomeo' sobre los cuadriláteros inscritos en un círculo que le permite determinar la cuerda de una suma de ángulos⁷. Así establece una tabla de cuerdas de medio en medio grado desde 0 a 180. En la tabla da el valor de cada cuerda y además $1/30$ del exceso de la cuerda respecto a la precedente en minutos y segundos, lo que le permite calcular la cuerda para cada minuto de ángulo. El resultado es un instrumento de enorme precisión para determinar distancias entre puntos celestes.

[7] . El teorema afirma que el producto de las diagonales es igual a la suma de los productos de los lados opuestos.



Todos estos desarrollos permitieron también definir nuevos conceptos técnicos útiles para llevar a cabo cálculos astronómicos o precisar otros ya existentes, como la línea de ápsides (línea que une el perigeo y el apogeo -los puntos de máxima aproximación y máximo alejamiento del planeta respecto a la Tierra- pasando por la Tierra), el horizonte (el plano que a través del observador corta la bóveda celeste) y sus polos, a los que los árabes llamaron zenith y nadir, el meridiano (círculo máximo que pasa a través del zenith y los polos), los verticales (círculos máximos que pasan a través del zenith y cortan el horizonte en ángulos rectos; entre ellos es importante el vertical primario que es el que corta al ecuador en el este y es esencial para la proyección ortogonal) y nociones tan importantes como la ascensión y declinación respecto al ecuador y la longitud y latitud celestes respecto a la eclíptica, imprescindibles para definir con exactitud la posición de los objetos celestes⁸, etc.

Estos avances condujeron a la elaboración de técnicas efectivas para la representación en el plano de los movimientos y posiciones de los objetos en la bóveda celeste. Ptolomeo utiliza dos métodos que eran conocidos con anterioridad, pero que él perfeccionó. El primero era la proyección estereográfica que permite representar los puntos de la esfera celeste sobre el plano del ecuador por proyección desde un polo (en el caso de Ptolomeo, el polo sur). Para ello, todos los círculos de la esfera se representan de algún modo como círculos (o secciones curvas) excepto los máximos que pasan por los polos, que se representan como líneas rectas. El segundo consistía en la proyección ortogonal sobre tres planos (el meridiano, el horizonte y el vertical primario) situados mutuamente en ángulo recto. Este método es el fundamento de los

[8] . El procedimiento es muy sencillo y se basa en los principios de los triángulos esféricos antes expuestos: se traza un arco de círculo máximo desde el objeto celeste hasta que corte el ecuador en ángulo recto; este arco es la ascensión y el que une ese punto donde corta al ecuador con el punto donde se cortan el ecuador y la eclíptica es la declinación. Lo mismo ocurre si el arco se traza hasta cortar la eclíptica y los arcos reciben los nombres de latitud y longitud celestes.



relojes y cuadrantes solares y se usa fundamentalmente para determinar la posición del Sol a una hora dada. En última instancia, es una variante más complicada de la técnica de determinación de posiciones expuesta en la nota 8.

Todos estos desarrollos formales y técnicas de medición y representación se completaban con un buen arsenal de instrumentos de observación desarrollados a partir del siglo III a.C. mucho más sofisticados y precisos que los primitivos artefactos astronómicos del tipo 'gnomon'. Así, se construyeron esferas celestes, dioptras, círculos meridianos, cuadrantes, cuadrantes murales, instrumentos paralácticos y especialmente el astrolabio, el instrumento astronómico por excelencia, a cuya técnica de construcción el propio Ptolomeo dedica el comienzo del libro V, justo antes de enfrentarse a la exposición de los complicados movimientos de la Luna con sus numerosas anomalías.

Añádase a todo esto que tanto Hiparco como Ptolomeo tuvieron acceso a los abundantes registros observacionales de babilonios y caldeos (así como a los de otros astrónomos griegos anteriores, conservados y acumulados en las Bibliotecas) y se apreciará fácilmente el cambio cualitativo que produjo la constitución de la comunidad científica en el desarrollo de la astronomía. Los conjuntos de observaciones, y los modelos de datos contruidos a partir de ellos, de que disponían Hiparco y, sobre todo, Ptolomeo eran infinitamente superiores en cantidad, calidad y precisión a los de Eudoxo o Aristóteles. E igualmente disponían de registros tomados mucho tiempo antes, lo que les permitía compararlos con sus propias observaciones para detectar anomalías imperceptibles en periodos de tiempo no demasiado largos (la precesión de los equinoccios detectada por Hiparco es un ejemplo característico de ésto). Así, no es sorprendente que Ptolomeo llegue a observar no sólo la irregularidad de los nodos lunares, sino también la evección, es decir, la oscilación de la línea de ábsides de la Luna e incluso las anomalías en el movimiento de Mercurio. Este cambio sustancial en los modelos de datos disponibles obligaba a sustituir los toscos modelos teóricos de



Eudoxo o Aristóteles por otros matemáticamente rigurosos, potentes y precisos que fueran capaces de dar cuenta de la nueva base empírica disponible y la única forma de conseguirlo era construir una teoría que utilizara todos los recursos matemáticos disponibles, aunque eso implicara renunciar a pretensiones cosmológicas.

El Sistema de Hiparco-Ptolomeo

Esta es la tarea que asume Ptolomeo: dar una explicación matemática de los fenómenos revelados por las observaciones y hacer una síntesis completa de todas ellas, asumiendo (al menos en la *Sintaxis*) la futilidad de tratar las apariencias sensibles de forma que no sea la puramente matemática. Bien es cierto que su forma de entender las matemáticas es bastante liberal, pues la considera la ciencia que estudia *'las formas y movimientos locales, buscando la figura, el número y la magnitud, y también el lugar, el tiempo y cosas similares'*⁹. Por el contrario, la física estudia *'lo material y la cualidad siempre cambiante, y tiene que ver con lo blanco, lo caliente, lo dulce, lo blando y cosas así ...; y tal esencia ... ha de encontrarse en las cosas corruptibles y pertenece a la esfera lunar'*. De esta manera se distancia de la física aristotélica y sitúa la astronomía en el terreno de la matemática en un triple sentido:

a. Su objeto de estudio es semejante, pues también la astronomía estudia lo permanente e inmutable más allá de los accidentes: estudia el orden, la simetría y la simplicidad tal como

[9] Ptolomeo. *Sintaxis Matemática*, I. 1.



se presentan en los cuerpos celestes. La diferencia es que posee un dominio de aplicación constituido por el conjunto de fenómenos observados, las 'apariencias', de los que debe dar cuenta, pero en eso reside su peculiar forma de validación: un modelo geométrico del movimiento de un astro a base de combinaciones de curvas queda demostrado si salva todas las apariencias. De ahí su insistencia en probar la equivalencia entre excéntricas y epiciclos para la descripción de los movimientos celestes.

b. La estructura de la teoría astronómica sería semejante a la de una teoría matemática: a partir de unos supuestos físicos elementales y de ciertos instrumentos matemáticos simples va deduciendo el movimiento observado de los astros y resolviendo sus anomalías mediante combinaciones simples de curvas que representan movimientos circulares y uniformes. La estructura básica de estas combinaciones de curvas es, además, semejante para todos los planetas. Incluso la forma en que lo presenta es analítica: movimiento a movimiento y anomalía a anomalía, sin dar nunca un modelo global del universo, sino para cada planeta por separado. De la misma forma que en los Elementos de Euclides se van demostrando teoremas ordenadamente, se prueban lemas y se solucionan problemas recurriendo a los ya demostrados o resueltos previamente, Ptolomeo deduce movimientos y efemérides, resuelve anomalías y prueba posiciones estelares y planetarias a partir de otras ya observadas o probadas.

c. Finalmente, los modelos que usa son matemáticos en el sentido clásico de la filosofía de la ciencia, es decir, estructuras matemáticas (geométricas en este caso) que se aplican isomórficamente a conjuntos ordenados de datos (los movimientos aparentes). Tales modelos no reciben ninguna interpretación física, ni mucho menos mecánica, ni siquiera el punto ecuante, pese a sus connotaciones mecánicas, que se define y determina por métodos geométricos (el punto de la línea de ápsides situado a la misma distancia del centro de la deferente que la Tierra, pero en dirección contraria). Sin embargo, su posicionamiento en la polémica sobre 'salvar las apariencias' no está claro: a veces, como en el libro III, parece realista matemático y otras veces, como en el IX,



instrumentalista. Incluso al final de su vida, en la Hipótesis de los Planetas, presenta una interpretación física del sistema y no está claro si lo hace por conversión al realismo físico o por dotar de credibilidad mediante una interpretación físico-mecánica el extraño movimiento que se ve obligado a introducir en los epiciclos para salvar la evección lunar y la desviación de los planetas respecto a la eclíptica¹⁰.

Para construir esa gran teoría que muestre que *'todo lo que aparece en el cielo es producido por movimientos circulares y uniformes'*¹¹, Ptolomeo disponía de toda la parafernalia matemática, instrumental y técnica que hemos visto más arriba y que la comunidad había desarrollado durante 450 años. Pero, además, Ptolomeo disponía de una colaboración esencial: la de Hiparco, un astrónomo rodio muerto 300 años antes cuya influencia sobre Ptolomeo es tan grande que resulta difícil desentrañar quién hizo qué, de ahí que sea frecuente hablar del sistema de Hiparco-Ptolomeo. Ptolomeo toma de Hiparco la teoría del Sol y los fundamentos de la de la Luna, la precesión de los equinoccios -aunque le da un valor diferente-, la trigonometría que luego perfecciona, el catálogo de estrellas que, a su vez, amplía, el uso de registros babilonios y observaciones del propio Hiparco, el método de construcción teórica y las excéntricas y epiciclos, aunque en este caso hay una notable diferencia: mientras Hiparco se inclinaba por las excéntricas, Ptolomeo lo hace por los epiciclos. Los dos únicos puntos estrictamente originales de Ptolomeo parecen ser la teoría de los planetas y el ecuante¹².

[10] . Consiste en suponer que los epiciclos no están en el mismo plano que la deferente, sino inclinados con respecto a ella y además oscilan lentamente hacia arriba y hacia abajo y, en los planetas interiores, también lateralmente. En el libro XIII de la Sintaxis da una solución estrictamente geométrica, pero en la Hipótesis de los Planetas, II, convierte ambos círculos en esferas materiales huecas.

[11] Ptolomeo, Sintaxis Matemática, III, 2.

[12] . Como puede observarse la situación de Ptolomeo recuerda mucho a la de Euclides, su mérito no está tanto en la originalidad de sus propuestas, cuanto en la forma en que las presenta como una teoría completa, sistemática perfectamente organizada y desarrollada; y si los Elementos se mantuvieron vigentes durante 22 siglos, la Sintaxis



En cualquier caso, quien formula la teoría completa es Ptolomeo¹³ y lo hace en un libro escrito entre los años 127 y 151 d.C. titulado **Sintaxis Matemática**, aunque quizá es más conocido por el nombre que le dieron los árabes, el **Almagesto**. La Sintaxis Matemática consta de 13 libros a lo largo de los cuales se presenta una teoría completa de los movimientos celestes.

El libro I comienza con un prólogo en el que Ptolomeo defiende las excelencias de las matemáticas y la naturaleza matemática del estudio de los cuerpos celestes (en el sentido que expusimos más arriba). Inmediatamente pasa a exponer y justificar sus '*hipótesis*' de partida, es decir, los supuestos y asunciones físicas en que se basa¹⁴ y que son cinco:

1. El cielo es esférico y se mueve como una esfera.
2. La Tierra, tomada como un todo, también es esférica.
3. La Tierra está en medio del cielo y es como el centro¹⁵.
4. Por su tamaño y distancia, la Tierra es como un punto respecto a la esfera de las estrellas fijas.

Matemática lo estuvo durante 14 siglos, lo que no es poca cosa para dos libros cuya originalidad de contenido es discutible.

- [13] . El núcleo central de los trabajos de Hiparco se ha perdido y la mayoría de las informaciones que tenemos sobre él provienen precisamente de Ptolomeo, que lo cita con una asiduidad y un respeto como los del discípulo al maestro, aunque entre uno y otro hay casi 300 años de distancia.
- [14] . Obsérvese el uso confundente del término 'hipótesis' respecto al que se hacía en la polémica sobre salvar las apariencias. Allí equivalía a modelos o constructos teóricos, interpretados o no, y aquí se usa en sentido aristotélico como fundamentos de partida asumidos por la teoría. En cuanto a los principios metodológicos (de simplicidad, orden, circularidad, etc), Ptolomeo se limita a utilizarlos sin explicitar o los formula de pasada en distintos lugares del libro cuando se dispone a atacar algún tema complicado o a presentar algún desarrollo discutible (como al principio del libro IX).
- [15] . Obsérvese que no dice que la Tierra sea el centro del universo, sino que está en medio y es como si fuera su centro. La razón es que Ptolomeo no usa esferas homocéntricas, sino excéntricas, epiciclos y ecuantas, por lo cual los planetas ni se mueven concéntricamente, ni el centro de sus movimientos es exactamente la Tierra, ni su velocidad es uniforme respecto a la Tierra. Sólo la esfera de las estrellas fijas, el confin del universo, tiene a la Tierra como centro en sentido estricto.



5. La Tierra no tiene ningún movimiento que la haga cambiar de lugar.

Estos cinco supuestos se completan con un sexto que es más bien una definición del objeto de estudio y de ciertas nociones fundamentales y se considera probado por la experiencia: que hay dos tipos primarios y fundamentales de movimientos celestes, uno diario de rotación y otro de traslación (que incluiría todos los demás movimientos). Frente a lo que pudiera parecer, esta hipótesis no distingue entre planetas y estrellas, sino entre movimientos en sentido abstracto, porque Ptolomeo conocía a través de Hiparco la precesión de los equinoccios y para dar cuenta de ella se veía obligado a introducir un segundo movimiento para la esfera de las estrellas fijas, además de la rotación diaria. No había, pues, ningún objeto celeste que no tuviera ambos tipos de movimiento. Respecto a las cinco hipótesis anteriores, Ptolomeo presenta una serie de argumentos físicos basados en Aristóteles, aunque inferiores a los ofrecidos por éste. Esta es la única ocasión en que se aducen argumentos físicos en toda la Sintaxis Matemática.

Como puede apreciarse entre los supuestos iniciales no aparece ninguna referencia a movimientos circulares o uniformes. La razón es que Ptolomeo no lo considera un supuesto, sino algo más fundamental a medio camino entre un requisito formal y un principio metodológico y que no necesita defensa, ni prueba, como una definición de la disciplina consustancial a la naturaleza matemática que otorgó a la astronomía en el prefacio. El libro sigue con la exposición del método empleado por Ptolomeo para determinar las longitudes de las cuerdas que subtienden arcos (su 'trigonometría'), la tabla de cuerdas y una serie de cuestiones técnicas como la oblicuidad de la eclíptica, etc.

El libro II introduce conceptos técnicos y especializados de la teoría, así como los métodos para determinar las posiciones y movimientos de los astros.



El libro III incluye la teoría del Sol, desde la determinación de la duración del año a una descripción de los movimientos solares con su explicación correspondiente mediante excéntricas y epiciclos. Es también aquí donde hace referencia al requisito de los movimientos circulares y uniformes (dice de él que es necesario asumirlo). Por el contrario, considera los epiciclos y las excéntricas explícitamente como hipótesis que, además, son equivalentes.

Parece como si hiciera una distinción entre tres cuestiones diferentes: el movimiento observado, que es aparente y sólo el resultado final de un movimiento real más profundo e inobservable; el movimiento real que es circular y uniforme más allá de las apariencias y las hipótesis equivalentes de las excéntricas y los epiciclos que no serían movimientos reales, sino mecanismos o instrumentos geométricos que permitirían conectar los movimientos reales, sean cuales fueren, con los aparentes y de ahí su insistencia en mostrar su equivalencia. Así, afirma, *'las anomalías que aparecen en los movimientos de los planetas son producidas por la posición y por el orden que afectan, en el seno de las esferas de los diversos astros, a esos mismos círculos con cuya ayuda efectúan sus movimientos. Bajo la irregularidad que se imagina cuando se observan las apariencias no se produce nada que sea contrario a la naturaleza eterna de los astros'*¹⁶. También define la velocidad angular uniforme como cubrir ángulos iguales en tiempos iguales alrededor del centro del movimiento circular y establece los principios básicos de las excéntricas y los epiciclos. Curiosamente, para dar cuenta del movimiento del Sol no utiliza el ecuante, que introducirá más adelante al hablar de la Luna, porque el Sol es el único astro que posee una sólo anomalía (el aumento y disminución de su tamaño aparente, es decir, su acercamiento y alejamiento de la Tierra y sus cambios de velocidad graduales) y puede ser salvada sin recurrir a ese mecanismo.

[16] Ptolomeo. *Sintaxis Matemática*. III. 3.



El libro IV comienza la teoría de la Luna, la fijación del mes, la descripción de sus diversas anomalías, entre las que incluye la evección y la solución a la primera anomalía.

En el libro V comienza describiendo la forma de construir un astrolabio y continúa con la teoría de la Luna y la solución a las restantes anomalías e introduce por primera vez el ecuante. Aunque veremos más adelante en qué consiste este mecanismo, es interesante observar la forma en que lo introduce: generalizando el principio del epiciclo y eliminando el requisito de que el centro del epiciclo deba girar uniformemente en torno al centro de la deferente, pero sin dar ninguna caracterización general del ecuante. Parece como si el propio Ptolomeo fuera consciente no sólo de la naturaleza instrumental y ad hoc del ecuante, sino también de las implicaciones físicas que se ocultan tras él (¡un punto que tiene la propiedad de hacer moverse con velocidad uniforme a otro punto -el centro del epiciclo-!) y pretendiera introducirlo subrepticamente para no tener que dar una justificación física -imposible de dar, por otra parte-. Continúa el libro hablando del paralaje lunar y de las dimensiones y distancias de la Luna y el Sol respecto a la Tierra. Por su parte, el libro VI está dedicado a las fases de la Luna y a los eclipses lunares y solares.

El VII y el VIII son los libros de las estrellas fijas. Incluyen un catálogo de 1.028 estrellas con su longitud, latitud y magnitud, una tabla estelar, la posición de la Vía Láctea y comentarios sobre las constelaciones, así como las instrucciones para construir una esfera sólida (un globo terrestre o celeste). Pero también introduce, en el libro VIII, la precesión de los equinoccios y su solución. La precesión de los equinoccios había sido observada por Hiparco al elaborar su catálogo estelar y comprobar que sus resultados diferían notablemente de registros más antiguos a que tenía acceso (entre otros los de Timocaris, de 150 años antes). Dado que el desfase afectaba a casi todas las estrellas de la eclíptica concluyó que la causa debía ser algún movimiento anómalo bien del Sol, bien de las estrellas fijas.



Brevemente, el problema era que cuando el Sol daba una vuelta completa a la Tierra y, después de un año solar, volvía al punto del equinoccio vernal su posición respecto a las estrellas no coincidía con la que había tenido el año anterior, sino que las estrellas parecían haberse desplazado ligeramente. Comparando sus tablas estelares con las de Timocaris y tras realizar observaciones cuidadosas llegó a la conclusión de que el desplazamiento era de $1^{\circ} 3'$ cada 100 años. La solución de Ptolomeo consiste en suponer que es la esfera de las estrellas fijas la que tiene un segundo movimiento de oeste a este, que se añadiría al de rotación diaria, y en virtud del cual el eje de la esfera de las estrellas fijas giraría lentamente en torno al polo de la eclíptica dando una vuelta completa cada 36.000 años (la cantidad es mucho mayor que la de Hiparco porque Ptolomeo había calculado la precesión en 1° cada siglo). La solución propuesta por Ptolomeo en la *Sintaxis* era puramente formal y no tenía más consecuencias que violar el viejo principio cosmológico de la unicidad del movimiento de las estrellas. Sin embargo, cuando posteriormente intentó dar una interpretación física del sistema en las *Hipótesis de los Planetas* se vió obligado a introducir una nueva esfera, más allá de las estrellas fijas, que fuera la responsable de la anomalía. Esta esfera recibió el nombre de Primer Motor Inmóvil y sería popular durante toda la Edad Media por razones teológicas, más que astronómicas.

El libro IX comienza la teoría de los planetas empezando con su orden y periodos de revolución a partir de la Tierra y sitúa a Venus y Mercurio entre la Tierra y el Sol; continúa con una introducción general a los movimientos planetarios en la que nuevamente vuelve a introducir el ecuante sin mencionarlo más de lo imprescindible y finalmente describe las anomalías de Mercurio, el más complicado después de la Luna, y las resuelve mediante un complicado mecanismo a base de epiciclo, ecuante y excéntrica móvil.

El libro X está dedicado a Venus y Marte y en el apartado 6 vuelve a hacer una rápida referencia al ecuante introduciéndolo para todos los planetas exteriores y el libro XI estudia Júpiter y



Saturno. A su vez, el XII analiza los movimientos y puntos estacionarios, las regresiones y elongaciones de todos los planetas e incluye también una teoría excéntrica de los planetas exteriores equivalente a la epicíclica desarrollada previamente.

El XIII, finalmente, estudia el movimiento de los planetas en latitud y las inclinaciones y magnitudes de sus órbitas. Pero es importante porque también incluye una teoría de las desviaciones laterales de los planetas respecto a la eclíptica y para ello se ve obligado a asumir que el plano de la deferente de cada planeta tiene una inclinación propia respecto al de la eclíptica y que el plano del epiciclo y el de la deferente no son continuos, ni paralelos, sino que los epiciclos están ligeramente inclinados de modo que su plano corta tangencialmente el de la deferente y, además, oscila lentamente manteniéndose paralelo al de la eclíptica. Es muy probable que la dificultad para dar cuenta de esta anomalía de manera exclusivamente matemática y sin recursos mecánicos fuera una de las razones que lo llevó a intentar dar una interpretación física del sistema en un pequeño libro posterior, las **Hipótesis de los Planetas**.

Finalmente, para terminar con la Sintaxis Matemática es interesante dar un vistazo al método utilizado por Ptolomeo tal como lo presenta al comienzo del libro IX justo antes de enfrentarse a la teoría de los planetas¹⁷. En realidad, dicha exposición es casi una justificación para su alejamiento de la ortodoxia al dar cuenta de los movimientos de los planetas. Comienza analizando las dificultades con las que se encuentra la astronomía a la hora de recoger observaciones precisas fiables, como los largos intervalos de tiempo necesarios para apreciar o valorar correctamente algunos fenómenos celestes, la interferencia sobre las observaciones de factores no deseados, etc., y concluye afirmando la necesidad de recoger observaciones numerosas y lo más precisas posible. Insiste también en la conveniencia de

[17] Sintaxis Matemática, IX, 2.



disponer de registros de observaciones que se extiendan a lo largo del tiempo hasta lo más lejos posible con el fin de compararlas con las actuales para detectar fenómenos que, de otro modo, podrían pasar desapercibidos. Este sería el primer paso.

A partir de ahí, se analizan, comparan y discuten las observaciones acumuladas con el fin de eliminar errores, precisar ambigüedades, etc., y se distinguen y aíslan las anomalías que realmente afectan al movimiento de los cuerpos celestes; a continuación se construyen los modelos de datos de que hablábamos al principio, es decir, se ordenan las apariencias y se formulan mediante descripciones cuantitativas las regularidades empíricas a las que obedecen los tamaños y periodos de esas anomalías. El paso siguiente es la construcción de hipótesis tentativas, la búsqueda de combinaciones de movimientos circulares y uniformes que puedan salvar la anomalía, pero estas combinaciones no son todavía definitivas, sino que diversos elementos quedan aún sin determinar dentro de ellas, como, p. ej., el tamaño de los círculos, su orden y posiciones relativas, etc. El paso siguiente consiste en la determinación de los factores que no se habían precisado; para ello se recurre a generalizaciones y regularidades obtenidas durante el proceso de discusión y selección de las observaciones hasta llegar a una combinación determinada de movimientos circulares y uniformes.

El paso definitivo consiste en la utilización de la combinación para hacer predicciones y contrastaciones calculando efemérides para todas las apariencias que presente el cuerpo celeste para el que se construye el modelo. Si todas ellas concuerdan con las observaciones, se habrá probado que la combinación es buena. Y este es, en última instancia, el criterio definitivo para establecer la aceptabilidad de un modelo: que dé cuenta de las anomalías y salve todas las apariencias. Los planteamientos instrumentalistas en este apartado son evidentes.

Pero hay algo más. No es una casualidad que haga esta disgresión metodológica cuando está a punto de presentar su teoría de los planetas. A lo largo del libro Ptolomeo va haciendo



continuas referencias a Hiparco, no sólo para utilizar sus argumentos y observaciones o desarrollar algunas de sus ideas, sino también para apoyarse en su autoridad. Así, recurre a él en los pasajes que podían presentarse como más conflictivos (epiciclos y excéntricas, precesión de los equinoccios, teorías del Sol y de la Luna, e incluso la disgresión metodológica antes descrita). Sin embargo, Hiparco no construyó ninguna teoría del movimiento planetario y la que Ptolomeo se dispone a presentar es original suya. Carente del respaldo de Hiparco, se ve forzado a justificarse de antemano en previsión de futuras objeciones.

Y es que la teoría de los planetas de Ptolomeo dista mucho de ser metodológicamente perfecta y viola supuestos cosmológicos muy arraigados entre los griegos (los cuatro supuestos cosmológicos aristotélico-estoicos que citamos al principio). Por una parte, se va a distanciar de la opinión general al introducir epiciclos y excéntricas para los planetas (ya lo había hecho con el Sol y la Luna, pero en ambos casos tenía el repaldo de Hiparco y además eran cuerpos especiales), lo que le llevaría inevitablemente a romper con el principio cosmológico del movimiento planetario concéntrico alrededor de la Tierra; por otra parte, además, chocará con la interpretación estricta del principio de orden y uniformidad de los cielos, ya que introducirá modelos e hipótesis diferentes para distintos planetas (Mercurio tendrá una excéntrica móvil, como la Luna, el Sol no tiene ecuante, los planetas sí, etc), como si obedecieran distintas leyes; pero, sobre todo, va a utilizar el ecuante sin justificarlo ni física, ni matemáticamente.

El mismo prevé estas objeciones, porque inmediatamente después del excursus metodológico anterior les sale al paso, aunque sin citarlas. Así, afirma que a veces puede ser necesario usar algo que vaya contra la argumentación general (por razones de claridad, simplicidad, etc), pero mantiene que eso no invalida la cuestión si lo que se usa no da lugar a diferencias apreciables en los resultados; igualmente, continúa, a veces puede ser imprescindible suponer que no en todos sitios se da el mismo modo de movimiento o inclinación de los círculos, pero, puesto



que las apariencias de los astros cambian, es lícito cambiar el modo de las hipótesis de los círculos, especialmente si se mantienen los movimientos circulares en todos los casos (ya no habla, sin embargo, de los uniformes); por último, concluye en clara referencia al ecuate, en ciertas ocasiones se puede estar forzado a presuponer sin justificación, ni fundamento inmediato en las 'apariencias', una aprehensión o una conjetura alcanzada por ensayo y error, pero mantiene que, si las cosas supuestas sin prueba casan con las apariencias, entonces no pueden ser gratuitas, aunque sean difíciles de explicar¹⁸. El problema central es ¿por qué plantea tantos problemas el ecuate? ¿por qué lo esconde Ptolomeo como si fuera una vergüenza y al mismo tiempo lo usa constantemente? ¿y por qué da una justificación tan débil y gratuita?

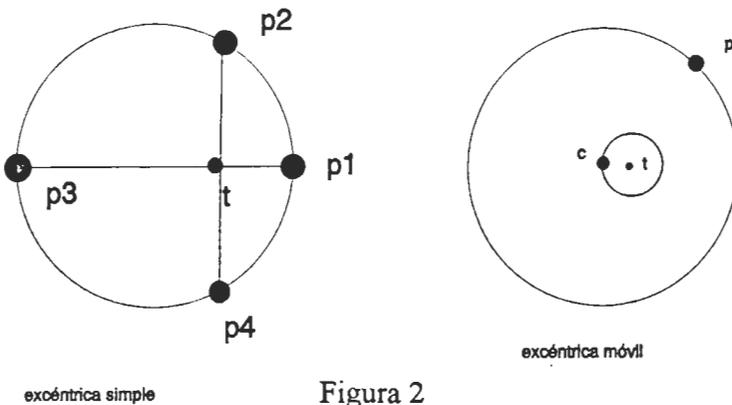


Figura 2

Antes de pasar al ecuate conviene dar un rápido vistazo a las excéntricas y los epiciclos, las dos curvas especiales desarrolladas por Apolonio y utilizadas por Hiparco como mecanismos explicativos fundamentales para dar cuenta del movimiento planetario. La excéntrica, o círculo excéntrico, es simplemente

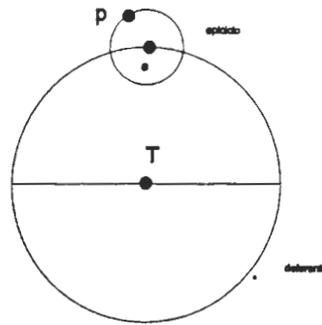
un círculo cuyo centro se ha desplazado. Como puede verse en la figura de la izquierda de la fig. 2, la Tierra ocuparía el punto T que sería el resultado de desplazar el centro de la circunferencia hacia la derecha. El planeta se movería pasando de p1 a p4. De esta forma puede explicarse el acercamiento y alejamiento gradual del planeta, los cambios graduales de diámetro aparente (como los

[18] Ptolomeo. Sintaxis Matemática, IX. 2.

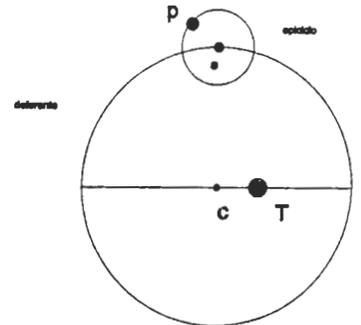


solsticios y los equinoccios en el caso del Sol), etc. También puede construirse una excéntrica móvil, como en la figura de la derecha, en la que el centro c de la circunferencia en que está el planeta p se mueve en un pequeño círculo alrededor del punto excéntrico, T , ocupado por la Tierra.

Por su parte, el epiciclo es un círculo cuyo centro está situado sobre otro círculo mayor, llamado deferente, que gira en torno al centro ocupado por la Tierra. En la fig. 3, la figura de la izquierda muestra este mecanismo. El planeta, p , gira en el pequeño círculo epicíclico cuyo centro, c , gira a su vez siguiendo el círculo deferente alrededor



Epiciclo



Epiciclo con Excéntrica

Figura 3

del centro T ocupado por la Tierra. Este mecanismo permite explicar las aproximaciones y acercamientos bruscos del planeta, así como sus cambios de dirección (los movimientos retrógrados) y sus aparentes detenciones (los movimientos estacionarios). Si se considera necesario, es posible combinar una excéntrica con un epiciclo, como en la figura de la derecha.

Si se analiza detenidamente esta combinación, se apreciará que, en ciertas condiciones (p. ej., si el epiciclo se mueve con velocidad doble que la deferente, pero en dirección contraria), el movimiento resultante es una elipse en la que el punto excéntrico ocupado por la Tierra sería uno de los focos. Esta capacidad de las excéntricas y los epiciclos para generar figuras geométricas (desde espirales anulares a elipses e incluso cuadrados) era lo que los hacía tan útiles para la astronomía. En cualquier caso, ambos eran mecanismos estrictamente geométricos, aunque algo heterodoxos, que no involucraban asunciones físicas. Muy distinto es el ecuante introducido por Ptolomeo.

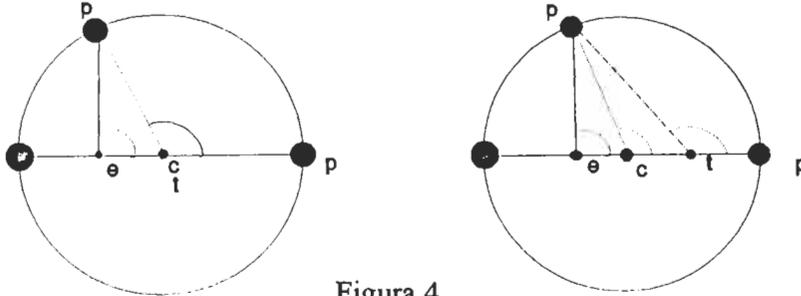


Figura 4

El ecuante (o punto aequans) es un punto situado en el diámetro que une la Tierra y el centro del círculo en que se mueve la deferente del epiciclo en que gira el planeta y su principal característica es que regula la velocidad angular del centro del

epiciclo que es uniforme respecto a él, es decir, el centro del epiciclo se mueve circularmente alrededor del centro de la deferente, pero su velocidad es uniforme respecto al ecuante, de manera que barre ángulos iguales en tiempos iguales respecto a ese punto ecuante, no respecto al centro de la deferente. Para visualizarlo, considérese la fig. 4.

Ninguna de las dos figuras tendría un punto ecuante en sentido estricto porque no son epiciclos excéntricos, pero servirán como ilustración sencilla. La figura de la izquierda es una circunferencia con centro C en el que estaría la Tierra, T. El punto ecuante es E. El planeta P se movería circularmente alrededor del centro C, pero su velocidad sería uniforme respecto a E, barriendo ángulos iguales en tiempos iguales: el planeta tardaría un tiempo t en pasar del extremo de la derecha a la vertical del ecuante recorriendo un ángulo de 90° , transcurrido otra vez ese tiempo t, el planeta recorrería otro ángulo de 90° respecto al ecuante E, pasando de su vertical al extremo derecho. Como el ecuante no ocupa el centro de la circunferencia, el planeta barrería ángulos iguales en tiempos iguales, pero recorrería distancias desiguales. Visto desde el centro de la circunferencia, donde hemos situado la Tierra, el planeta frenaría al acercarse al ecuante y aceleraría al alejarse de él.

Si en lugar de una circunferencia ponemos una excéntrica, como en la figura de la derecha, donde la Tierra está situada en T, la aceleración y deceleración del planeta visto desde T sería aún



mayor: respecto a T barrería ángulos desiguales en tiempos iguales, aceleraría al acercarse a la Tierra y frenaría al alejarse.

Ahora podemos introducir el ecuante en sentido estricto, combinado con una excéntrica y un epiciclo, tal como hace Ptolomeo (fig. 5). El planeta p gira en un epiciclo alrededor del punto e y lo hace con velocidad uniforme respecto a ese punto e que es el centro del epiciclo. A su vez, e se mueve en la deferente alrededor del centro c, pero su velocidad es uniforme respecto al ecuante ec. La Tierra estaría situada en el punto excéntrico t. Un requisito que

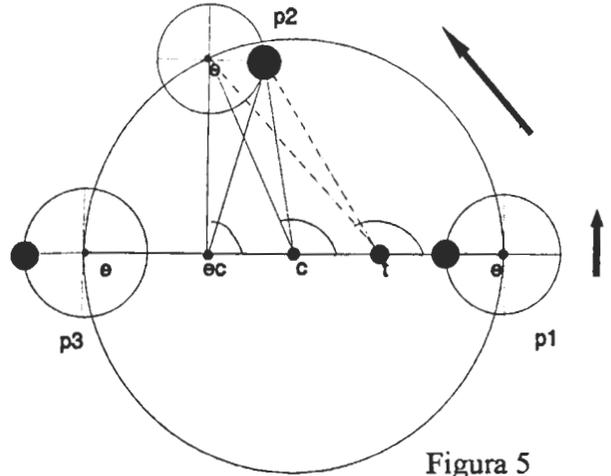


Figura 5

introduce Ptolomeo en todos los casos, excepto la Luna, es que el ecuante se encuentre a la misma distancia que la Tierra del centro de la deferente, pero en dirección contraria. El resultado final es que el planeta pasaría de p1 a p2 en el mismo tiempo que de p2 a p3. Visto desde la Tierra, su velocidad angular tendría cambios bruscos y desordenados, pero siempre sería mucho mayor cuando está cerca, en el perigeo, que cuando está lejos, en el apogeo.

Estos cambios desordenados de la velocidad del planeta observados desde la Tierra se deben a la forma en que Ptolomeo caracteriza el epiciclo y el ecuante. Como el planeta barre ángulos iguales de su epiciclo en tiempos iguales respecto a su centro e y como éste barre a su vez ángulos iguales en tiempos iguales respecto al ecuante, el ángulo que el planeta barra en su epiciclo será igual que el barrido por el centro del epiciclo respecto al ecuante, como puede apreciarse en la ilustr. 6.

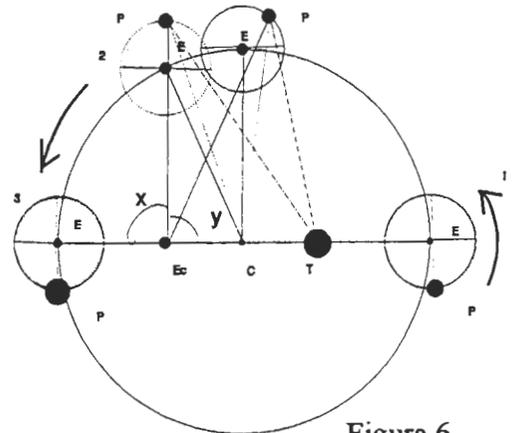


Figura 6



Ahora pueden apreciarse las extrañas características del ecuante: es un punto geométrico como cualquier otro y su única característica distintiva es que se encuentra a la misma distancia del centro de la deferente que la Tierra, pero en sentido contrario. Dicha característica es claramente ad hoc, al menos tanto como lo era la postulación de la Anti-Tierra por los pitagóricos. La diferencia es que el ecuante tiene propiedades mecánicas: regula la velocidad uniforme del planeta en su epiciclo, su única función es mecánica, y al mismo tiempo no posee ninguna característica geométrica distintiva ¿cómo es posible? Otro segundo problema derivado del anterior es el que afecta al requisito de la uniformidad de los movimientos planetarios que Ptolomeo fuerza al máximo. Y un tercero es su notoria ad-hocidad.

Sin embargo, Ptolomeo no puede prescindir de él porque es indispensable para dar cuenta de las anomalías en las elongaciones de los planetas interiores y en las conjunciones y contraposiciones solares de los exteriores. En otras palabras, el ecuante es necesario para dar cuenta de ciertas anomalías que todos los planetas tienen cuando están en ciertas posiciones respecto al Sol, las anomalías heliacas. Ptolomeo era consciente de los problemas del ecuante y del papel especial que jugaba el Sol en ciertas anomalías planetarias, pero los consideró siempre secundarios ante la potencia predictiva y la exactitud de su teoría. En este sentido, es curiosa una consecuencia de su teoría que involucra el movimiento del Sol en el de todos y cada uno de los planetas. En los planetas interiores, Mercurio y Venus, el radio que une al planeta con el centro del epiciclo está siempre dirigido hacia el Sol (de manera que si se prolonga en una dirección o en otra acaba encontrándose con el Sol). En los planetas exteriores, Marte, Júpiter y Saturno, ese radio es siempre paralelo a la línea que une el punto ecuante con el Sol.

Para terminar veamos la imagen de los cielos resultante del sistema de Hiparco-Ptolomeo, teniendo en cuenta que no es un sistema cosmológico unitario, sino con modelos matemáticos para cada planeta. La Tierra se encuentra inmóvil en el centro de la eclíptica, es decir, del universo. La Luna gira en torno a la Tierra



mediante un movimiento combinado de un epiciclo, un ecuante y una excéntrica móvil. En la fig. 7, la Luna L gira en un epiciclo cuyo centro e recorre una excéntrica móvil que actúa como deferente. El centro de esa deferente, C, se mueve alrededor de la Tierra T, pero en sentido contrario a la deferente y al epiciclo. En el punto opuesto al centro móvil de la deferente, C, está el ecuante E que regula el movimiento lunar.

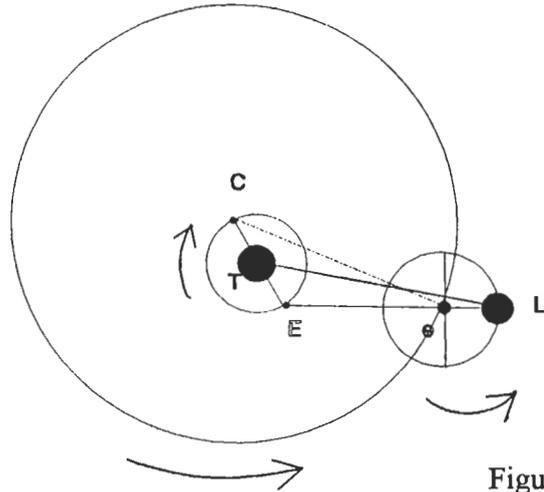


Figura 7

El Sol, que tiene una sola anomalía, tiene un movimiento sencillo mediante un epiciclo simple o una excéntrica fija, indistintamente.

Mercurio tiene un movimiento casi tan complicado como la Luna. En la fig. 8, Mercurio, M, se mueve en un epiciclo de centro e. El centro e se mueve en una excéntrica móvil que actúa como deferente alrededor de C. El centro de la deferente C se mueve en un pequeño círculo alrededor de Z. La Tierra está inmóvil y dista de Z el doble del radio del círculo que recorre C a su alrededor. El ecuante E, que rige el epiciclo, se encuentra a mitad de camino entre T y Z.

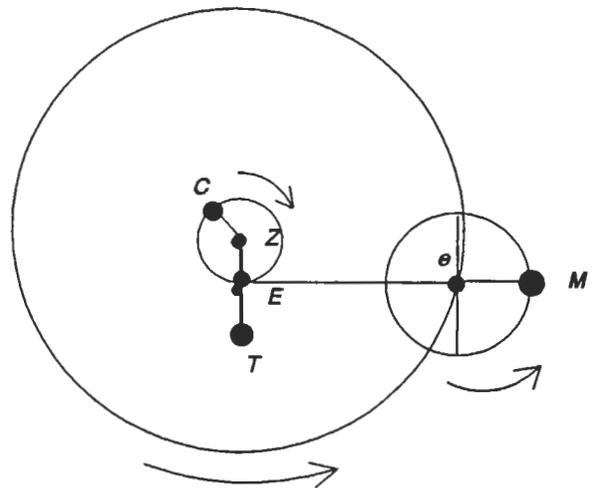


Figura 8

Venus y los planetas exteriores tienen el mismo modelo: un epiciclo que se mueve en la misma dirección que la deferente y con una excéntrica fija en la que se sitúa la Tierra. El ecuante es simétrico al centro de la Tierra (véase la fig. 6).



Por último las estrellas fijas tienen, junto al movimiento de rotación diurno, un movimiento de precesión de los equinoccios y envolviéndolo todo está la esfera del primer motor inmóvil en la que se encuentra el ecuador celeste.

Bibliografía

Berry, A. (1898). *A short history of astronomy*. NY, Dover, 1961.

Dreyer, J. (1906). *A history of astronomy from Thales to Kepler*. NY, Dover, 1953.

Duhem, P. (1905). *Le systeme du monde*, I-II. París, Hermann, 1956.

Elena, A. (1985). *Las quimeras de los cielos*. Madrid, Siglo XXI.

Hanson, N. (1973). *Constelaciones y conjeturas*. Madrid, Alianza, 1978.

Heath, T. (1921). *A history of greek mathematics*, II. NY, Dover, 1981.

Kuhn, T. (1957). *La revolución copernicana*. Barcelona, Ariel, 1978.

Neugebauer, O. (1975). *A history of ancient mathematical astronomy*. Berlin, Springer, 1975.

Neugebauer, O. (1957). *The exact sciences in antiquity*. NY, Dover, 1969.

Perez-Sedeño, E. (1986). *El rumor de las estrellas*. Madrid, Siglo XXI.

Ptolomeo. *Sintaxis Mathematica* (The Almagest). Chicago, Encycl. Brit. 1962.



Ptolomeo. *La hipótesis de los planetas*. Madrid, Alianza, 1987.

Sambursky, S. (1962) *El mundo físico a finales de la antigüedad*. Madrid, Alianza, 1990.

Sarton, G. (1954). *Ciencia antigua y civilización moderna*. México, FCE, 1960.