

LA GEOMETRÍA Y EL ARTE RENACENTISTA LEONARDO-LUCA PACCIOLI

María Luisa Hodgson Torres
Facultad de Bellas Artes.
Universidad de La Laguna

Pero contra magos y cabalistas, que en la inquietud de esa espera se atormentaban con mil y una fórmulas de torvo simbólico, *Leonardo* se entretiene en su más audaz analogía; el ojo como espejo del cosmos y ámbito de todas sus maravillas. Y un ojo que no es ya distancia o medio entre el sujeto contemplador y el objeto contemplado, sino otro de los infinitos puntos donde las infinitas imágenes luminosas de los cuerpos se cortan, para reconstruir la totalidad de lo que es: *Cada cuerpo es visto como un todo en el aire todo, y como todo en cada una de las menores partes de éste; todas ellas por todo el aire y todas en cada parte.*

Todo está en todo, —dice un aforismo de Anaxágoras que *Leonardo* recoge en sus cuadernos, y pienso que dice bien y que no hay tan atinado paradigma de su visión conciliadora de la unidad y la multiplicidad, del reposo y el movimiento, del orden y el caos. Porque cerrando los mapas astrológicos y desdénando las tretas de los magos, *su ojo supo ver catástrofes y armonías, y su pintura no tuvo que renunciar a la medida y al artificio para anunciar los primores del sfumato.*

Comienzo ahora esta parte de «notas» sobre Arte y Ciencia precisamente con el final de la introducción que presenta, en el *Tratado de Pintura* de *Leonardo*



da Vinci, la edición del profesor Ángel González García; y buscando quizá, un ambiente cálido que nos lleve a reflexionar sobre, —me atrevería a decir— el asunto más inquietante del Renacimiento. Leonardo, tiene mucho que ver con este espíritu.

Vamos a familiarizarnos antes con el trazado de la historia en: años, lugares, hechos; y retomaremos rápidamente: conceptos, definiciones, ideas y personajes.

El Quattrocento italiano

Volver a nacer, reencontrar, reencarnar en el presente la Antigüedad Clásica. Refiriéndose a esto un escultor del siglo XV, Lorenzo Ghibert¹, utiliza en sus comentarios el verbo *rinascere* que significa: renacer. Y dice que hay que retomar la Grecia helénica a partir de Lisipo (escultor que representa la definición del paso del Clasicismo al Arte Helénico). Se verá en su *canon* la mezcla de *realismo e idealismo*, cosa que numerosas imágenes de Renacimiento evocarán.

Petrarca y Boccaccio coinciden en la expresión italiana *rináscita* cuando hablan de que el hombre debe tomar conciencia de sí mismo. Pero corresponde a Vasari, pintor y primer historiador del Arte Italiano, desarrollar el término conceptualmente.

Tales proposiciones fueron hechas por Petrarca anteriormente, cuando aconseja buscar en lo antiguo y leer en su idioma original a los *clásicos*; incluso ve en esto la forma de llegar al fundamento de la verdad cristiana.

Se rescata lengua, literatura y arte, y sobre todo, se siguen de cerca los relatos de Plutarco y Cicerón. Se cuenta además con verdaderos hallazgos intelectuales: Platón, Virgilio, Ovidio, Séneca. Así pensar, vivir y concebir las cosas, configurará la renovadora expresión de la realidad visible según unos condicionantes. El matiz más importante en cuanto a sus características, será dejar a un lado el idealismo y trascendentalismo Medieval y volver a la naturaleza, al origen de lo *perfecto* sin necesidad del *ideal divino*; es necesario pues, el conocimiento de las Ciencias y la autoridad de los *clásicos*.

Con ellos se van a producir encuentros importantes que darán nuevo impulso hacia la Filosofía cosmológica, Antropología (del hombre y de la sociedad), se buscará sistematizar todo, planteamientos sobre la *conducta* y el *saber* harán que el hombre tenga un encuentro consigo mismo.

1. Lorenzo Ghiberti redacta unos comentarios (no se consideran tratados) en donde se presenta el devenir del Arte moderno con la suavidad de un Gótico que aún caracteriza su obra de escultor, orfebre y arquitecto, y en general a todos los que comienzan el «nuevo estilo». Fue probablemente el primer autor en acudir a Vitruvio, pues como éste, pretendía desde un principio que se considerara la labor del pintor y del arquitecto por no trabajar por un salario.



Aspectos geográfico y político

Veamos también, que las características geográficas y políticas de la *rináscita* son tremendamente propiciadoras para que ocurran estas cosas:

Roma se convierte en sede de lo antiguo hasta la invasión de los bárbaros, pueblos romanizados. Mientras que lo *romano* se ausenta de Roma y se dirige hacia Constantinopla y Aquisgrán, en Roma se produce arte y cultura, parte bárbara, parte eclesiástica: el Románico.

Esto más tarde provocará una rivalidad entre un *estilo* del norte y un *estilo* del sur: surge irresistible el Gótico. Por lo que Italia, ante estos hechos se propone recuperar dos cosas: su identidad, lo romano; y su origen o centro, Roma. Pero la Roma pontifical no responde a las inquietudes de la *rináscita*, la Roma anhelada por los humanistas no es esta, sino aquella que guardaba compromisos con el pasado, con la Edad Antigua y no con la Edad Media. Pues bien, Roma reaparece pero desde Florencia.

Sin duda el símbolo más fuerte de esta historia lo representa la cúpula de la catedral florentina Santa María del Fiore, donde la arquitectura de Brunelleschi es toda una profecía.

Mientras la Roma de los papas busca *autoridad*, la Florencia de los humanistas busca *identidad*. Ambas cosas tienen que ver con lo romano, pero sólo lo segundo propicia el Renacimiento.

Si la *cúpula* brunelleschiana propone un cuerpo representativo del resurgimiento de la manera antigua, sería conveniente dar directamente con los personajes que muy bien pueden responder a los conceptos que aquí se han expuesto. Tracemos con ello un recorrido y situemos a Vitruvio como final de la Antigüedad o Edad Antigua y a Brunelleschi como comienzo del Renacimiento o Edad Moderna.

El período intermedio al que llamamos Edad Media es una etapa de *estilos artísticos*, no podemos considerar así al Renacimiento, pues como mencionamos antes se define como una forma de pensar y concebir la vida, y se expresa a partir de lo que realmente se vive: la crisis de la estructura feudal y el deseo de independencia de la tutela eclesiástica para solucionar problemas relacionados con la conciencia y con la existencia del propio hombre; son el reto del renacentista.

Al pensamiento de esta época se llega a través de sus intelectuales, a estos se les conoce como humanistas, eran: los literatos, historiadores, filósofos y gramáticos. La formación del artista se basaba por lo tanto en el *ideal* de la formación humanista.

Pero la élite de aquéllos provoca una jerarquizada valoración social, y el acceso a ella fue la tarea más ardua del Arte: alcanzar el justo reconocimiento a la labor



práctica e intelectual del artista. A éste se le consideraba como perteneciente a un gremio y poseedor de dotes o talento especial. Únicamente tomó cierta posición social al lado de la figura de un mecenas, que hacía las veces de padre y de tutor de su persona y su trabajo. Mientras, el personaje gobernante, rodearse de sabios y artistas la daba cierto prestigio de poder y sabiduría. Esta relación de intereses mutuos, no cabe duda que era de las pocas formas con la que cuentan los artistas para tomar su escalafón, pues es así como el mecenas impulsa y reconoce la formación de sus artífices.

Tanto el pintor, como el escultor o el arquitecto aspiran al conocimiento de las Artes Liberales, a la vez que luchan porque sus campos sean considerados como tales. Y no olvidemos que casi siempre que nos encontramos ante las obras de los clásicos —arte grecorromano y renacentista— contemplamos a grandes geómetras de la historia del arte. Sabemos que en muchas ocasiones el pensamiento científico parte de la observación de los planteamientos del dibujo, la pintura, la escultura y la arquitectura.

Arte y Ciencia

Una de las cuestiones fundamentales del *quattrocento* fue equiparar Arte y Ciencia. En la Edad Media importaba más el sentido trascendente de la figuración y su expresión de belleza *ideal* como espejo de la bondad divina, que las cualidades técnico-plásticas de la propia figuración, y en el Renacimiento éstas adquieren especial relevancia.

No sólo se preocupan por lo que se pinta, se esculpe o proyecta sino «cómo». Pues claramente en los tratados de aquellos que ocuparon su tiempo con el quehacer literario, vemos como se obedecía a unas leyes propias, autónomas y ligadas a los principios de la Ciencia, cuyo motivo de estudio parte de la naturaleza misma; todo ello sería el material de investigación del artista renacentista.

Si hay una meta común de científicos y artistas, es el conocimiento y dominio del mundo a través de la visión empírica y deducción de leyes racionales. Y pensamos, que el hacer práctico o la vida contemplativa no dan siempre con el ejercicio intelectual en la Ciencia, y en este Arte del Renacimiento sí.

En el siglo XV el *método analítico* se pone en práctica, los renacentistas desarrollan, como nunca se dio en la historia, el medio para conocer y explicar científica y plásticamente la realidad. Conocen Ciencia y aplican, sus obras así lo evidencian. De ahí que sea la gran época de la tratadística del arte, el contenido de esta faceta es: la Matemática, la Óptica, la Perspectiva, la Mecánica, la Anatomía y la Fisiología; se preocupan también por la teoría de la luz y de los colores.



Antes mencionábamos a Vitruvio como el último de los clásicos y continuando con las reflexiones que acabamos de hacer, pasemos a saber por qué.

La fuente: el tratado de Vitruvio

Para el arte del Renacimiento Marco Vitruvio Pollion (primer arquitecto romano, s. I a. JC) es realmente la fuente primigenia de conocimiento. Y existen muchas razones para considerarlo así, lo que a continuación expongo es un resumen de las principales ideas recogidas de su *tratado*.

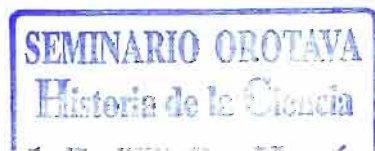
Como todo romano que recibe educación liberal, Vitruvio se forma con *Los Elementos*, lee y escribe en la lengua de los antiguos; es el primero que escribe en latín acerca de lo que Euclides nos dice, aplicándolo al arte: *Los Diez Libros de Arquitectura*.

Esta obra representa las claves del *sistema clásico*, del cual se deduce la verosimilitud de toda una Teoría Universal. Queda patente además, de su doctrina filosófica, el conocimiento que Vitruvio posee sobre los restos arqueológicos conservados en Roma. Hasta entonces el valor de estas preciosas fuentes era relativo, pues hacía falta un *código referencial* válido para poder llegar al verdadero significado de los *elementos* y del *sistema de composición* del Arte Antiguo; pues hasta este momento se conocía el *vocabulario* pero no la *gramática*.

El *De Architectura* de Vitruvio (obra concebida y estructurada como decálogo, al constar de diez capítulos) es la primera gramática clásica de los elementos geométricos y compositivos, que los renacentistas conocen por *normas vitruvianas*. Por lo tanto podemos considerarlo como primer filólogo y filotécnico del Arte. (Fig. 1)

Las primeras copias que circularon en latín datan de la segunda mitad del cuatrocientos, llegan al Renacimiento sin apenas ilustraciones. Es en el primer cuarto del siglo XVI cuando se ilustra (por Fra Giocondo; Venecia, 1511) y se traduce (Cesare Cesariano; Milán, 1521). Junto a la obra de Euclides, *Los Diez Libros de Arquitectura* de Vitruvio forman la primerísima Enciclopedia de saberes del campo artístico.

En todo el *tratado* elogia a la Filosofía griega. En el Noveno Libro concretamente hace referencia a Platón y a su modo geométrico de doblar una superficie por medio de la diagonal del cuadrado (dieciséis siglos más tarde Alberti lo vuelve a plantear). Observa Vitruvio que esta operación se resiste a la *Aritmética* y se soluciona fácilmente con la Geometría. En el mismo Libro, cuando habla de la *Escuadra-Norma*, cita a Pitágoras y a su famoso *teorema*; aconseja el uso del triángulo de lados 3, 4 y 5, por su importantísima relación *catetos-hipotenusa* a partir del *ángulo recto*. Y dice: *la Norma de Pitágoras es norma de proporción*. Por esta razón le interesa también Arquímedes y su espiral. Fig. 2



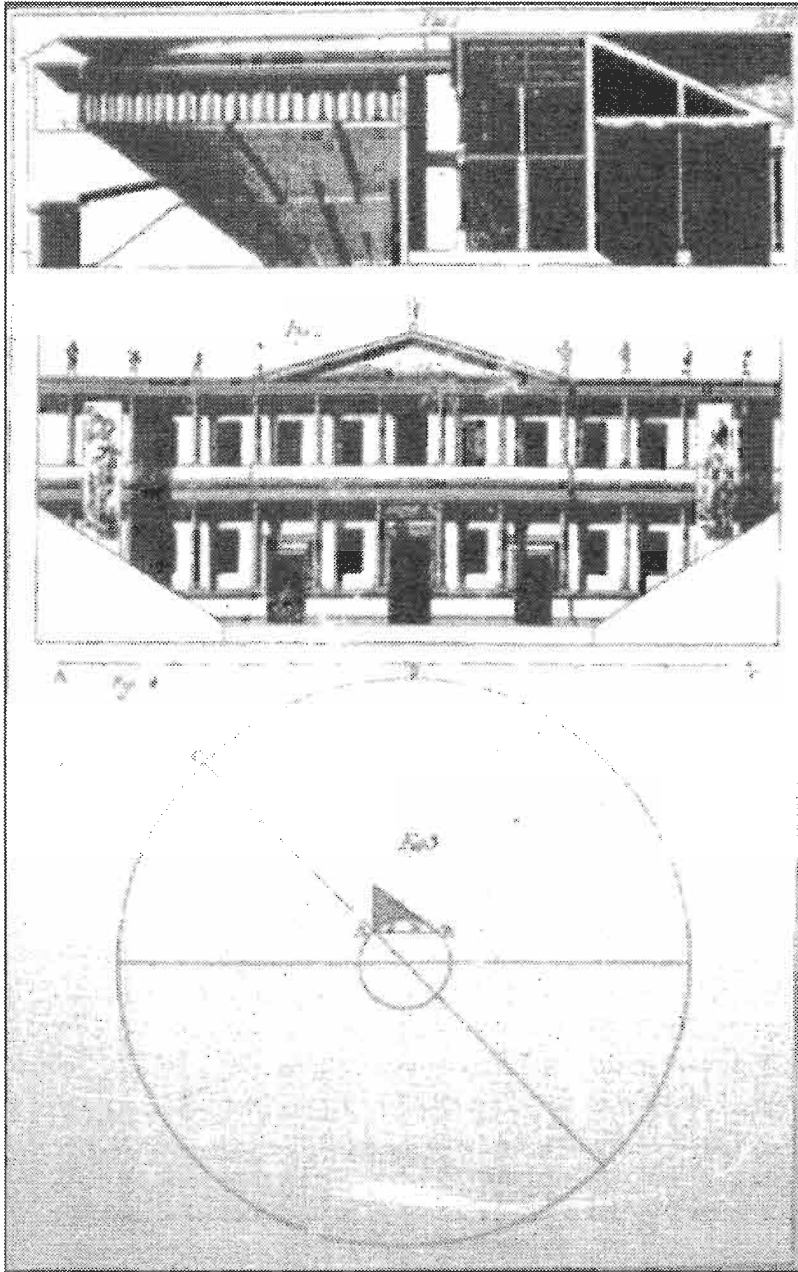


Fig. 1. Vitruvio, *Diez Libros de Arquitectura*

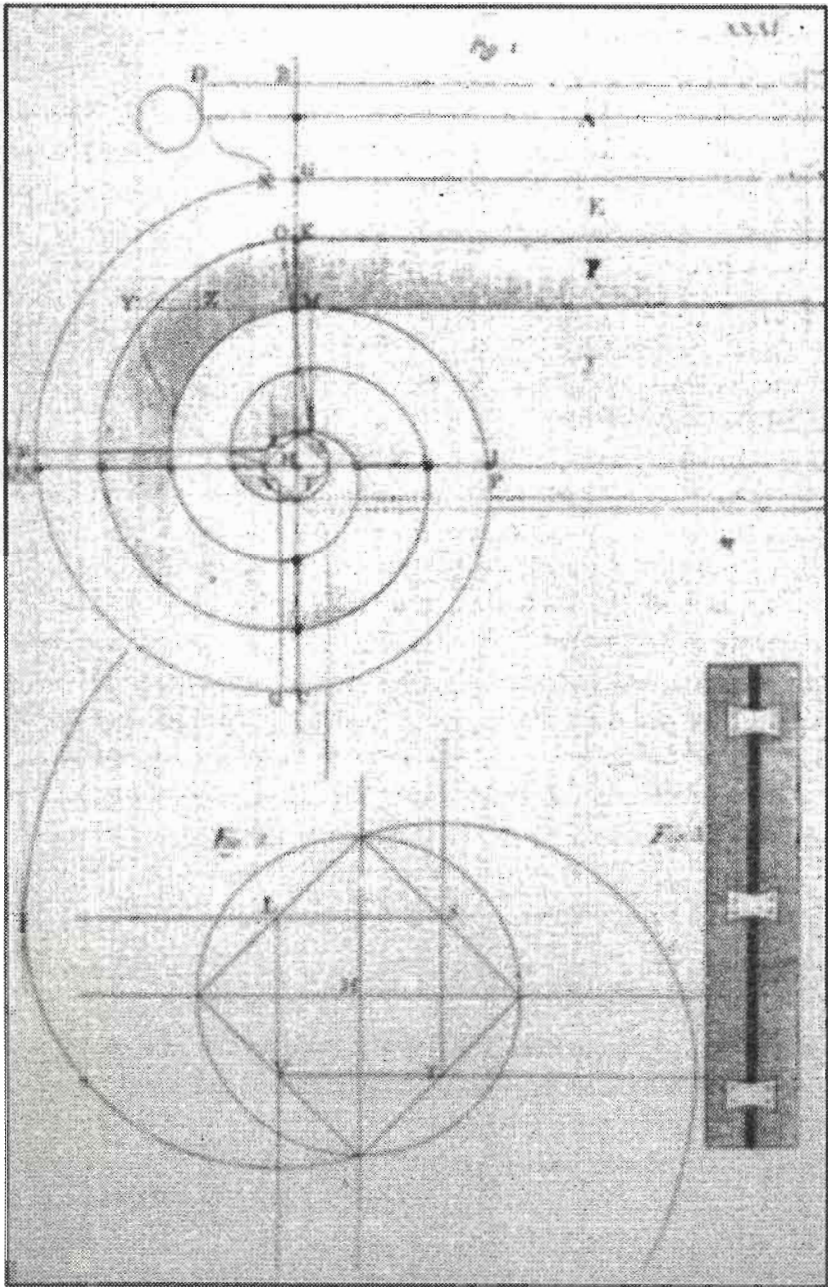


Fig. 2



Con postulados tan fundamentales y el testimonio de las ruinas, afirma *los órdenes son las claves de la proporción*. A raíz de esta importante consideración, Vitruvio define sus conceptos sobre *Orden* y *Composición*: el *Orden* viene de la Aritmética y la *Composición* de la Geometría. El acuerdo de ambas nos da una razón: la *Proporción*, partiendo de estos elementos se construye la *escala* y se pasa al uso controlado de la *regla* y el *compás* sobre la superficie en la cual se describe la Forma (se *diseña*) para la Edificación.

En el *Libro Séptimo* se ocupó del asunto más locuaz del Renacimiento: La Perspectiva². No utiliza el mismo término, habla de la *proporción de la visión espacial* cuando se preocupa de *la escena*. No cabe duda de que aunque sean primeras intuiciones, es todo un comienzo.

Los artistas que conocen a Vitruvio, como Brunelleschi, Alberti, Palladio, Bramante, Uccello, Piero della Francesca y Leonardo da Vinci, saben y conocen estas cosas a cerca de sus intuiciones; y además, que para dominar el lápiz hay que estar instruido en Geometría, estar familiarizado con la Historia y seguir de cerca a los filósofos. También entender de Música, Medicina, Jurisdicción, Astronomía y *Teoría de los Cielos*.

Pues bien, aquellos renacentistas demuestran que cuentan con esos conocimientos, los poseen en sus obras y así queda reflejado; y por supuesto llegar a la Representación aporta y obliga a continuar. Por lo tanto la Ciencia cuenta con las investigaciones hechas por ese grupo importante de artistas del Renacimiento que dan con los grandes sistemas y técnicas de Representación Gráfica ya sea *plana*, *volumétrica* o *espacial*; su geometría es una Matemática dibujada y complemento en el campo de la certeza, compartiendo los criterios de las verdades científicas.

Etapas del renacimiento italiano

Se sucedió a lo largo de tres GRANDES PERÍODOS; abarcando los siglos XV y XVI; desde Brunelleschi (1401) hasta la muerte de Tintoretto (1594):

1ª PERÍODO. Primer Renacimiento

2ª PERÍODO. Alto Renacimiento o EDAD DE ORO

3ª PERÍODO. Renacimiento Tardío (manierismo). Desde el segundo tercio del XVI.

2. Nos puede asombrar como en el *Libro Séptimo* de la obra magna de Vitruvio aparece algo que muy bien podríamos considerar como la primera aproximación de representación de la ilusión óptica de la *Perspectiva*. Alude a Esquilo, y dice que éste para la escena de una de las tragedias pide ayuda al decorador Agatarco, el cual mediante la pintura sobre tabla o tela, conseguía escenas fingidas (ver Séptimo, *Los Diez libros de Arquitectura*).



Pero se define sobre todo por dos ETAPAS bien diferenciadas:

1ª ETAPA: La conquista del espíritu renacentista. Se comienza a cuestionar la formación del artista.

2ª ETAPA: Edad del Clasicismo, se puede afirmar que la estructura científica e intelectual estaba ya erigida por sus precursores (artistas de la Primera Etapa). Cuenta con: Leonardo, Bramante, Rafael y Miguel Ángel. Ya no buscan *modos y modelos* en la Antigüedad. Sus propias obras, nuevas, serán paradigma del Arte.

Leonardo da Vinci (1452-1519)

Cuando me presentaron a Leonardo fue como dije al principio: un espíritu inquieto e inquietante. A partir de ese momento no he podido dar con una biografía o documentación más o menos completa que arroje luz acerca de su personalidad y de la *universalidad* de sus *teorías*. La labor aquí ha consistido en reunir y reconstruir sin añadir ni restar mérito. La obra que según sus biógrafos nos acerca con más detalle a él es la de Giorgio Vasari, primer biógrafo del Renacimiento.

En general de su obra, se conservan unos siete mil apuntes, entre notas y dibujos en forma de *hojas sueltas*, quedando después de su muerte desperdigados entre varios países de Europa. De su labor como pintor, tan solo unos doce cuadros se consideran terminados y auténticamente suyos. Es penoso intuir que gran parte de su producción esté perdida y destruida. Por otro lado sus *originales* son difíciles de interpretar, pues sabemos que la escritura de Leonardo no ayuda, esto impidió en su momento la divulgación de sus *ideas*. Muchos de sus *cuadernos* sin embargo, están desarrollados y ordenados como el borrador de un tratado y con la idea de formalizarlo como tal. Además debemos añadir que muchas de las cosas que se leen sobre el personaje están tergiversadas o mal contadas, lo cual hace que el acercamiento a él se haga difícil.

Esta genial figura es considerada por muchos expertos como el centro de miles de preguntas que dieron vueltas en esta época. Muchas de ellas las adelantó a esa revolución científica que supuso el renacer. Aparece siempre como un explorador de fenómenos, creador de planteamientos, métodos y soluciones; dotado de pulido sentir acerca de las ideas sobre lo *bello*, lo *perfecto*, y sobre la utilidad de ciertas *formas* que se encuentran entre el *mundo natural* y la *síntesis* de la razón. Era atrevido hasta lo insondable y tremendamente osado: Leonardo tuvo sus aciertos; y es tan difícil conocer cuáles y cuántos de esos aciertos fueron suyos realmente, como cuáles y cuántos aciertos posteriores derivan de él.

Tengo el sentimiento de estar ante un amante de la soledad cuando leo lo que él mismo escribe: *si estás solo te perteneces a ti mismo*. Pero hay cosas que siempre



acompañarán a Leonardo: la observación y la discusión, y sobre todo su fluida imaginación que se traduce también a recursos prácticos. Le añadimos a esto el contrasentido de que rara vez termina lo que comienza, quizás por su carácter un tanto inconformista; parece que todo le interesa, pero no tuvo tiempo para casi nada.

Nuestro hombre nace en las colinas toscanas próximas a Florencia, en el pueblo de Vinci. La cuna de Leonardo no era aristocrática ni ilustrada al cien por cien. Su padre Pietro da Vinci, erudito notario le acoge de niño en su casa reconociéndolo como hijo legítimo. Comienza su educación como todo el que era de buena familia: aprende a leer y escribir en latín, adquiere conocimientos de Matemáticas y Música. Se inicia en arte en el taller de Andrea Verrocchio (escultor, pintor y gran geómetra), perteneciendo a distintos gremios, citemos por ejemplo el de San Lucas. Pero Leonardo fue siempre sensible y consciente a su escasa formación en humanidades y tuvo que defenderse ante los que no lo reconocían como hombre instruido. Recordemos lo poco considerado que estaba el artista de esta época, en la cual se le veía más como artesano; por ello Leonardo, al igual que Vitruvio (y luego más próximo a él Alberti), colaborará a promover un cambio, ese cambio de actitud del que hablábamos. Y sería absurdo considerar a los artistas del renacimiento solo como hombres dedicados a la artesanía de su oficio o aprendices de un taller, pues éstos luchan por poner de relieve el aspecto intelectual y espiritual de su obra, y no el manual ³.

A lo largo de su vida, Leonardo, se va haciendo con los escritos de las prácticas de los maestros, como Cennino Cennini, así como con los viejos tratados sobre Geometría y otras Ciencias. En cuanto a la *teoría* del Arte, fueron realmente pocos los que se dedicaron a la labor de escribir, evidentemente la dedicación plena a sus proyectos y a su obra les ocupaba caso todo el tiempo.

Sabemos más o menos, por las propias anotaciones del artista y por los bienes personales que se conservan, los libros de lectura y consulta que poseía; de unos treinta y seis a treinta y siete títulos, citaré algunos: los Tratados de Euclides y de Vitruvio; el *De Re Medica*, de Aulo Cornelio Celso; *De Re Militari*, tratado sobre construcción de armamento de Roberto Valturio; sobre Arquímedes tenía notas acerca

3. Baldassare Castiglione (erudito humanista, Mantua 1478 - Toledo 1529) hablaba del ejercicio intelectual que se realizaba con la práctica del dibujo (Alberti y Leonardo se expresan de modo semejante al respecto), y respondía a la antigua controversia de la clasificación de las *Artes* en *Manuales* y *Liberales*. Las *Artes Liberales* eran consideradas como las que ennoblecían al hombre al ofrecerle una formación versada en todas aquellas materias que daban a su pensamiento un rango filosófico. Los artistas al utilizar sus manos en la ejecución de sus obras, eran considerados desarrollados en las Artes Manuales. Y éstos lógicamente veían que la mente era tan importante en su labor como en el músico o en el poeta.



de su *Geometría*, así como de su *Teoría de los cuerpos flotantes*; varias materias sobre Óptica y Matemáticas; las *Vidas de los Filósofos*, de Diógenes Learcio; las *Décadas*, de Tito Livio; *Vidas paralelas*, de Plutarco; la *Historia Universal*, de Plinio; leía además a Dante, Séneca y La Biblia; conocía los escritos científicos de Ptolomeo, Aristóteles y Galeno. Estaba también familiarizado con el Tratado sobre Perspectiva de Alberti. En su propio trabajo, toca casi todo pues queda patente en sus *dibujos* o conclusiones; muchas veces mezclando aforismos filosóficos y científicos del antiguo y de su época, que Leonardo manejaba muy bien.

Su primera estancia en Florencia (ciudad en la que surge la primera escuela de Arquitectura) fue importante para su formación, aunque no podemos decir que se trate de una etapa productiva para Leonardo.

Aprendió de Verrocchio Arte, Geometría y Música; participa en sus proyectos, como en la fundición y colocación de la inmensa bola de cobre y cruz que rematan la *cúpula* de la Catedral de Florencia. Son años de intensa actividad cultural para esta ciudad que vive el nacimiento de la de un Arte revolucionario que formulaba nuevas imágenes, convirtiendo las superficies de las pinturas y relieves en mágicas prolongaciones del *espacio real*.

Los Médicis eran por entonces los mecenas, humanistas neoplatónicos e interesados por al antigüedad, pero más bien con sensibilidad de anticuarios. Se consideraban herederos directos de los romanos; dominaban un pulcro latín, cosa que siempre se le resistió a Leonardo.

Se instala en Milán en el año 1482 (ciudad por entonces, más dinámica pero menos intelectual), con el mecenazgo de Ludovico Sforza, buscando que se le estime y confíe en tareas artísticas. Leonardo se anunciaba como especialista en cuestiones militares:

Tengo proyectos de puentes —escribía— muy ligeros y resistentes, y de fácil transporte. Planes para destruir cualquier fortaleza o bastión que no esté cimentado en la roca. Asimismo tengo planos para construir un cañón, para lanzar piedras pequeñas casi como granizo. Conozco el medio para llegar a un punto determinado mediante túneles y sinuosos pasadizos secretos construidos sin ruido, incluso cuando haya que pasar trincheras o el curso de un río. Construiré carros cubiertos, seguros e inabordables que puedan introducirse en campo enemigo con su artillería sin que haya fuerza militar que pueda derribarlo. Puedo construir cañones, morteros y artillería ligera, de formas útiles y bellas, catapultas, mandrones, trabucos y otras máquinas eficaces.

¿Por qué los artistas del Renacimiento sabían tanto de armas? Un individuo capaz de fundir una estatua en bronce podía ocuparse también en esta tarea. Las fortificaciones eran además parte de la arquitectura.



Sforza sin embargo no le da la oportunidad de poner en práctica sus ideas, además desatiende y no sabe aprovecharlo. Las labores intelectuales de Leonardo en este tiempo quedan para él mismo, dedica casi todo este tiempo a las Matemáticas. Lo más penoso de su experiencia junto al soberano fueron los casi dieciséis años que pasó trabajando en la *estatua ecuestre de Francesco Sforza*, padre de aquél. El artista ve en la Escultura su oportunidad, y se marca un reto demasiado pretencioso: colosales proporciones, y la pose de alzada sobre los dos cuartos traseros. Jamás un escultor se había aventurado a esto.

Si se reúne todo el proyecto de la realización del caballo podríamos obtener un gran trabajo de investigación, en el que cada parte puede quedar desarrollada y resuelta, lista para llevar a cabo la gran hazaña. Pero tuvo realmente mala suerte justo al final; esa mala suerte que hace que Leonardo no termine nunca sus proyectos. Cuentan que el mecenas utilizó el bronce que había reunido durante años para la obra del caballo, en la fundición de un gran cañón. Y el modelo previo a la obra definitiva sufre serios daños cuando los franceses toman la ciudad (es el año 1494).

Sabemos que existe un *tratado* de bocetos y anotaciones de estudio anatómico del animal. Así como el planteamiento de un problema físico: busca un movimiento de compensación de masas para situar el *centro de gravedad de la figura*. Para ello, primero estudió al jinete sentado hacia atrás con un brazo levantado sosteniendo un arma, pero extendido sobre la grupa. Si nos imaginamos la pose en la realidad, nos damos cuenta de que le ayuda el continuo movimiento de sus patas delanteras; pero razonemos que así sólo puede estar unos segundos, pues el *punto de apoyo* es muy débil. Si sumamos además que se trata de una estatua en bronce pesada y estática; con lo cual el problema se hace muy complicado.

La parte del *tratado Acerca del Peso* de Leonardo está perfectamente resuelta y basada en las *Leyes de la Estática*, desconocidas en el primer Renacimiento; sus conocimientos sobre el tema de la *gravedad* son realmente valiosos y con ellos resuelve el asunto del *peso* vaciando partes internas del caballo. Diseña paralelamente un complejo armazón para el momento del vaciado. En fin, existen muchas pruebas de que pudo llegar hasta el final, ¡pudo conseguirlo!

Posterior a Leonardo sólo hay dos casos de estatuas semejantes a su desventurado caballo: el primero realizado en España por Pietro Tacca en honor a Felipe IV (1640), de menor tamaño; y otra, la de Etienne Maurice Falconet hecha en el año 1782, que representa a Pedro el Grande. Los problemas de Estática se los resuelve al primero su amigo Galileo con cálculos muy precisos.

Esta historia que acabamos de resumir nos dice mucho acerca del espíritu de perfeccionismo, de reto frente a la *realidad* y de su enorme curiosidad. Siempre existe en Leonardo algo que le empuja ir más lejos, más allá de lo superficial: le interesa



siempre esa *estructura* sustentadora interna y unificadora; sujeta con ello, cada una de las *partes*, y a la articulación de éstas sin que se dañe el *conjunto*; pudiendo llegar así al «cómo funciona y por qué».

Apunta observaciones y se hace recordatorios tan geniales como: *El pájaro es un instrumento que obedece a una ley matemática, y el hombre posee la capacidad de reproducir ese instrumento y todos sus movimientos.*

Leonardo permanece en Milán hasta que Luis XII de Francia cae sobre Sforza y le arrebató el poder. Su idea es regresar a Florencia tras una ausencia de casi dieciocho años, pero antes se dirige a Mantua y luego a Venecia, le acompañan su aprendiz y su amigo Luca Paccioli. Este gran matemático del que nos ocuparemos más tarde, colaboró en sus trabajos, y su obra *La Divina Proporción* la escribe durante los años que pasan juntos en Milán. Paccioli cuenta con la ayuda de Leonardo, siendo éste quién realizara los dibujos de su *tratado*. (Fig. 3).

Sus estudios personales sobre Matemáticas y Arquitectura los lleva consigo cuando se aleja de Milán.

Las matemáticas de Leonardo

Ninguna humana investigación puede ser denominada ciencia si antes no pasa por demostraciones matemáticas; y si tú me dices que las ciencias que tienen su principio y su fin en la mente, participan de la verdad, esto no te concederé, que lo niego por muchas razones; la primera, porque en tales discursos de la mente no se accede a la experiencia, sin la que certeza alguna se produce.

Los elementos y la perspectiva lineal

En su Tratado de Pintura, Leonardo establece su tesis con argumentos como el que acabamos de leer escrito por el propio artista y sobre el cual basa los fundamentos de su pintura. Además advierte: *que ningún hombre que no sea matemático lea los elementos de mi obra.*

En su Perspectiva trata de los cinco términos de las Matemáticas: el punto, la línea, el ángulo, la superficie, y el sólido.

Dice que un *punto* no forma parte de la *línea*, el punto natural más pequeño es mayor que todos los puntos matemáticos.

Y esto último puede probarse porque el *punto natural* tiene *continuidad*, y lo *continuo* puede dividirse *infinitamente*, pero un *punto matemático* es indivisible porque no tiene tamaño. También dice que si un *punto* situado dentro de un *círculo* puede ser el *punto inicial* de un número infinito de *líneas*, debe haber un número infinito de *puntos* separados de este *punto*, y dichos *puntos* al reunirse, vuelven a ser uno, de donde se sigue que: *la parte puede ser igual al todo.*

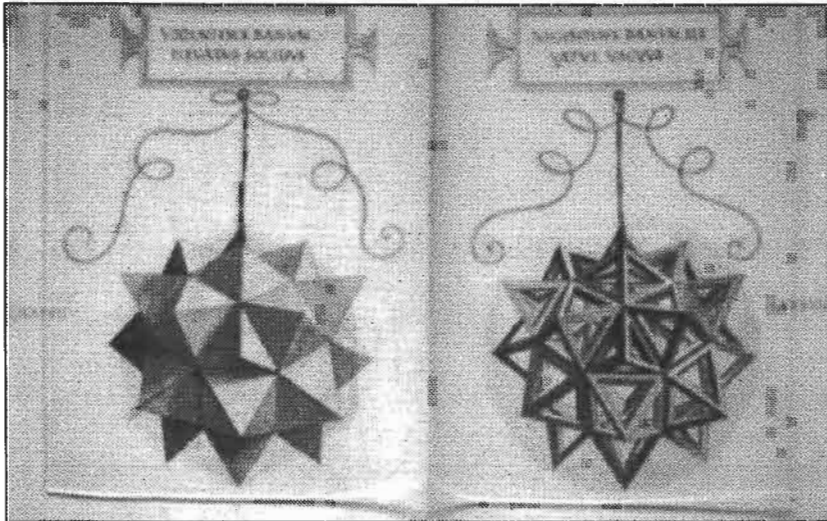
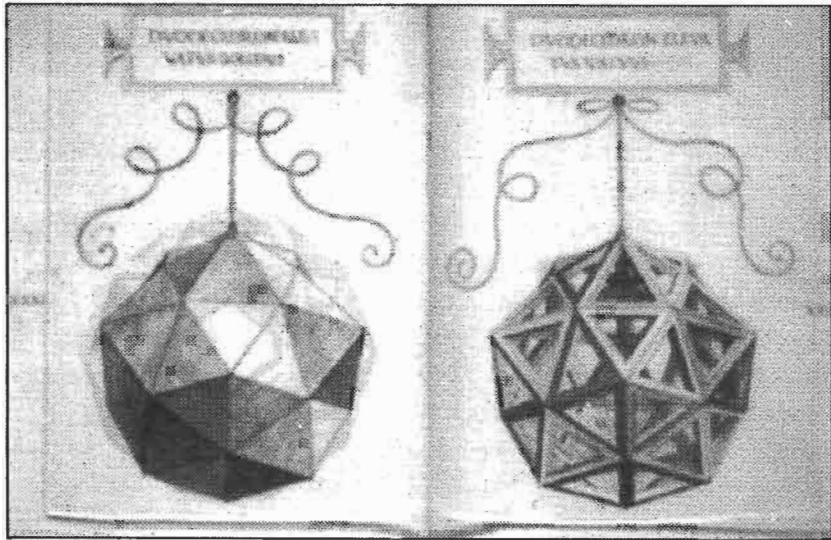


Fig. 3. Cuerpos Geométricos. Leonardo Da Vinci.
Ilustraciones par a la *Divina Proporción* de Paccioli.



Se refiere sin duda a una noción que aparece en Euclides: *El todo es mayor que cualquiera de las partes; y, un punto es aquello que no tiene partes.*

Para Leonardo esto es verdadero en un número finito de objetos, pero no para un conjunto infinito.

Tiene clara la idea acerca de la diferencia entre *punto físico* y *punto matemático*. Las consideraciones matemáticas acerca del *punto* —es importante decir— aparecen al comienzo de dos tratados: Della Pintura, de Alberti; y De Prospectiva Pingendi, de Piero della Francesca. El segundo de ellos (influyente en los matemáticos de la época) se caracteriza por la estricta *dimensión matemática* que da a todo lo que somete a estudio; muy próximas a las del maestro Piero van a ser las consideraciones Leonardinas.

Se ocupa de las *líneas* diciendo que éstas son: *recta, curva y sinuosa*. Sin altura, ni anchura, ni profundidad; y aunque son *invisibles* nos dan el concepto de *longitud*, tan necesario en la Representación.

Los contornos y límites

Metiéndonos con el asunto de la *perspectiva* y antes de ocuparnos plenamente de un problema *óptico*, abordamos otro concepto que tiene mucho que ver con ambos temas: ¿Qué nos cuenta cuando trata el *límite* de los cuerpos?

Dice sobre esto: *Los límites de los cuerpos son los menos importantes... así que ¡tú, pintor!, no perfilarás con líneas tus cuerpos.*

Sin duda se trata de una conceptualización de un *elemento visual*. Sin embargo, muchos tienden a traducir éste a *elemento gráfico* de representación como: el contorno o líneas de contorno. La censura del maestro Leonardo a esta costumbre (heredada de la Pintura Medieval) de rodear los cuerpos con *líneas*, va a ser su *principio del sfumato*.⁴

Sin abandonar el concepto de *límite*, pasa a describir la *superficie*, afirmando de ésta es: *la superficie es el límite del cuerpo; y sigue, el límite del cuerpo no es parte de ese mismo cuerpo.*

Por lo tanto, tenemos otro importante *elemento conceptual* del *campo visual*: Gracias a él, podemos no sólo ver la *forma*, razonamos con un elemento totalmente abstracto que la *realidad no posee materialmente*; es entonces, *realidad sensible* que puede, además, ser dibujada. E indudablemente el acto de dibujar acompañará siempre al pensamiento.

4. Véase en el tratado en Práctica de la Pintura (498. *Evita los perfiles o contornos netos en los cuerpos*: Fragmento según referencia al Codex Urbina 46a-b.



Con lo cual, hemos de decir al tema: En la operación de *dibujar*, traducimos el elemento visual a elemento gráfico. Si así lo aceptamos, entonces podemos también entender que el *límite* de un cuerpo —recordemos que para Leonardo se trataba de la superficie— no es parte física de ese mismo cuerpo. Pues dice bien cuando añade: *Lo que no parte de cosa alguna nada es. Nada es lo que nada ocupa*; por lo que: *El límite de una cosa es el principio de otra*.

Me atrevo ahora a solidarizarme con mi amigo Leonardo, cuando vivo la experiencia y digo: El límite no es la línea, ¡oh, pintor!

Los Ángulos como generadores de superficies geométricas

Según el orden matemático, en el Tratado, el *ángulo* ocupa el tercer lugar; pero a la hora de ordenar las definiciones, Leonardo cambia. Esta necesidad se debe a que antes, cuestionaba de manera general la entidad *física* de los *términos matemáticos*; y decide, tal como presenta su exposición (desarrollo y explicación sobre cada *entidad*), dejar el *ángulo* para el final.

Un *ángulo* genera siempre una *superficie*, y a ésta llama Leonardo *superficie angular*: *La superficie angular se reduce a un punto cuando concluye en su ángulo*.

Gráficamente esto se resolvería utilizando rectas que se corten, y si éstas no concluyen en ese *punto* sino que continúan, harán nacer nuevas *superficies*. Dichas *superficies* pueden ser igual, mayor o menor. Y es precisamente de esta definición de donde se podría sacar el concepto tan recurrido para proyectar en geometría: el *plano*. Pasemos a ocuparnos de este último término, el cual tiene mucho que ver con las Matemáticas de Piero della Francesca, aunque ampliaremos algo más cuando lleguemos a Paccioli.

Los Sólidos y su estructura

El *sólido* para el artista es cualquier cuerpo, que una vez «razonado» puede ser representado gracias a los *elementos del dibujo* (elementos conceptuales de las Matemáticas). En Matemáticas corresponden a los *cuerpos geométricos*.

Considerando los *básicos* o *regulares* tenemos, desde el *tetraedro* a la *esfera*. Excepto la *esfera* (cuyo *límite* es una *superficie* formada por infinitas caras o infinitos *puntos*), los demás están configurados por: *superficies* o *caras*, y *líneas* o *aristas* que formando *ángulos* concluyen en *vértices*.

Elementos de la Geometría en la perspectiva

Recuerdo ahora una bellísima cita de Leonardo: *Tal es la naturaleza de la perspectiva que el plano parece relieve y el relieve plano*. He aquí el fenómeno de la



visión. Considera nuestro artista que la perspectiva es la Ciencia de las líneas de visión. Tras ocuparse del estudio detallado del *ojo* y del *acto de ver*, pasa a describir cómo percibimos los cuerpos.

Explica cómo el *dibujo* permite, mediante la construcción *lineal*, configurar y limitar lo que vemos de la *realidad*, para representar. Hablamos aquí de la *primera parte* de la *Ciencia Perspectiva*. La segunda se ocupa de los *colores* en la relación a las distancias; y la tercera, de la pérdida del *límite* de los cuerpos según la distancia.

Para llegar la demostración racional hay que saber ver la construcción de *pirámides lineales* entre el *ojo* y el *objeto* antepuesto. Define la pirámide visual como: conjunto de líneas que, partiendo de las superficies externas del cuerpo, convergen desde una determinada distancia para concluir en un solo punto. Este *punto* es el *ojo*, y de él divergen infinitas *rectas*, que al intersectarlas con un *plano*, constituyen la *base* de la *pirámide*. (Fig. 4).

Brunelleschi había dado con este sistema de estructurar matemáticamente la visión cuando propone la *Prospectiva Artificialis*, con lo que mucho antes a Leonardo, se soluciona el problema de Representación del Espacio en donde se disponen los cuerpos; siendo Alberti quien dogmatiza sus *principios*.

Si comparamos ambos *tratados*, vemos como nuestro artista en su *Tratado de Pintura* se basa en la *estructura* del *ojo* y conoce la Óptica de Euclides; Alberti va sólo al *sistema matemático*, trabajando con *distancias* y *planos*. Leonardo es más riguroso, pues en su método lo importante son los *ángulos*.

En los cuadernos escribe sobre la *cámara oscura* y su construcción. No hay nada anterior, este estudio supone exactamente lo que hoy entendemos como cámara fotográfica. Con el invento confirma la existencia de los *puntos de fuga*. Pone además un ilustrativo ejemplo: *cuando andes por un camino observa cómo los surcos de los lados se acercan hasta juntarse en un punto*.

El artista añade al mundo sensible su matemática, que consistía principalmente en *geometría* y *proporción*, porque su gran preocupación fue establecer las normas para la correcta *representación del mundo físico*. Leonardo dibuja sus axiomas, pero le falta el formulismo algebraico, que no domina, y es por esto que continúa sufriendo el ataque de los matemáticos y la desconfianza de algunos críticos.

Otros asuntos destacados y tratados por Leonardo

1. Cuadrar la luna

En sus manuscritos encontramos un tema que parece obsesionar a Leonardo, y quizás le venga de ese tenaz empeño del Renacimiento por armonizar o regularizar el *caos* con el perfecto maridaje del *cuadrado* y el *círculo*. Preocupación que surge



mucho antes, incluso de Vitruvio y Euclides, pues el matemático griego Hipócrates de Quios (siglo V a J.C.) resuelve sobre el mismo asunto:

Hipócrates descubre la existencia de ciertas lunas, a las que él llama *lúnulas*, con las que se puede plantear la construcción de *cuadrados*. De tal forma que ambas figuras tengan el mismo área. Es decir, quizás sea posible *cuadrar* pequeñas porciones de círculo. (Fig. 5).

Pero definamos que debemos entender por dicho término: La *lúnula* es la figura que se forma por la intersección de dos arcos de circunferencia de distinto radio, y cuya superficie se encuentra limitada por éstos.

Leonardo tremendamente entusiasmado con la idea se anima a hacer sus propias comprobaciones con regla y compás. Tan apasionante le resultó el *tema* que deja páginas y páginas del *Codex Atlanticus* totalmente llenas de estos dibujos, donde puede parecernos que el genio descubre una «nueva vocación» a la que muchos de sus biógrafos llaman *Matemáticas Leonardescas*⁵.

Como decíamos, se dispone a buscar la *cuadratura del círculo*: En su *De lunularum quadratura*, después de exponer el modo de *cuadrar* la *lúnula*, indica que con cuidadosas investigaciones se podría llegar a una solución para la *cuadratura del círculo*. Y en 1504 dice haber dado con la solución final: ésta se queda únicamente en el enunciado de *límite* (como principio del cálculo infinitesimal), lo cual no deja de asombrarnos. Leonardo continuará con sus abstracciones con: equivalencias de superficies *rectilíneas* y *curvilíneas*, y otros tantos asuntos en los que implica la construcción de los *polígonos regulares*, tema que entusiasmó a casi todos los artistas geómetras.

Volviendo a reforzar lo dicho hasta el momento, Leonardo como muchos artistas del Renacimiento, ve la certidumbre científica del Arte en sus planteamiento de Ciencia aplicando las Matemáticas. Quiere además —y esto también lo vemos— abrir nuevas puertas a la propia Ciencia, pero siempre con su *Matemática gráfica*: sus *dibujos* (representación de ideas y formas reales existentes), sus *diseños* (representación de sus propias creaciones e inventos).

2. Método de construcción de un ángulo de 15°

Pasamos aquí a describir la forma empleada por Leonardo en la construcción de un *ángulo* de 150 a partir de una *circunferencia*, utilizando las *herramientas euclidianas* y considerando fija la abertura del compás: (Fig. 5).

5. Augusto Marinoni, *Leonardo, Luca Paccioli e il «De ludo geometrico»*. Atti e Memorie dell'Accademia Petrarca di Lettere, Arti e Scienze di Arezzo 1970-72; y Augusto Marinoni, *La place des Manuscrits conservés à Institut de France dans l'évolution de la pensée mathématique de Léonard de Vinci*, Académie des Inscriptions & Belles Lettres.



Dibujemos una circunferencia y tomemos un punto A cualquiera de ésta. Tracemos el radio OA. Aquí colocamos el compás para trazar el arco que cortará a la circunferencia en dos puntos, con ellos tracemos una cuerda. Uniendo un extremo de ésta con el centro de la circunferencia O y con el punto A, construimos un triángulo equilátero; y desde el mismo extremo de la cuerda trazamos el arco OA. Vemos que este arco corta a la cuerda en un punto P por el que pasará la semirrecta del ángulo que se forma con el radio OA y cuyo valor es 15° .

3. La geometría en la arquitectura de Leonardo

Brevemente paso a explicar en qué consiste su famoso Plan Central.

Continuando con su empeño de unir *cuadrado* y *círculo*, trabaja sus esquemas de *plantas*, basándose en tal idea. Con lo que no sólo encontramos en sus proyectos estas dos *figuras*, sino que mediante rotaciones llega a conseguir infinitas posibilidades de cuadros compositivos.

Parte de la *simetría radial* comenzando en la mayor parte de los casos por el *octógono* como figura central, y de ésta surgen las posibles *simetrías* que conjugarán: capilla central y capillas pequeñas anexas; pudiendo además añadir al conjunto pequeños nichos, remate central con linterna, etc. Esto le permite conservar el interés del núcleo central.

Desde su etapa junto a Bramante y otros arquitectos del Bajo Renacimiento (sobre el año 1488), tiende a adoptar esta *forma* en el diseño de las *plantas*. En general, casi todos los artistas llegan a compaginar su trabajo con la Arquitectura, y se les ve influenciados por el poderoso símbolo de la Gran Cúpula. En el Alto Renacimiento ya la *idea* y forma de diseñar está perfectamente madura con la utilización de estos esquemas de organización modular.

Buen ejemplo de este sistema de proyectar lo tenemos en los *planos* de la *planta* y la *cúpula*, de la Catedral de Milán; y en el *primer trazado* de la Iglesia de San Pedro, en Roma. (Fig. 6).

4. Ingeniería y Diseño

Muchos de sus inventos fantásticos más que por la idea en sí y su intento de ponerlos en práctica, merecen por la tremenda extracción de observación de la naturaleza y de la aplicación de la Física y de la Mecánica.

Aparte de su faceta de ingeniero militar y civil, iniciado en el siglo XVI Leonardo comienza a entusiasmarse con sus máquinas para volar. Pero sigue una vía errónea, no llega a solucionar la fuerza propulsora o fuerza motriz de sus instrumentos de vuelo. Aunque pequeños detalles están dentro de lo posible: como la estructura

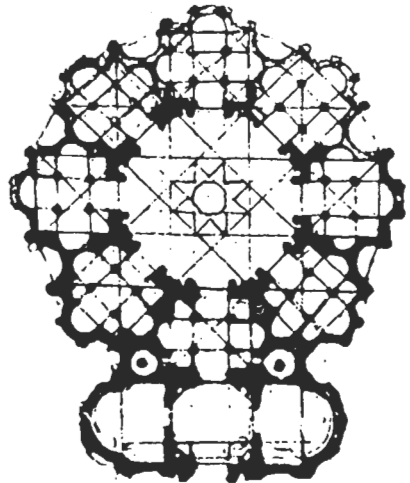
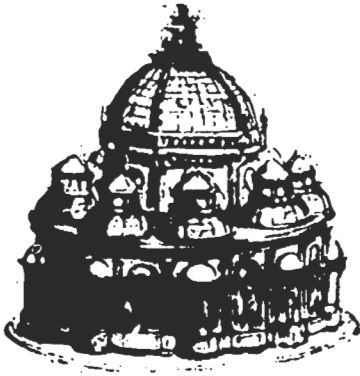
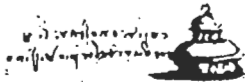
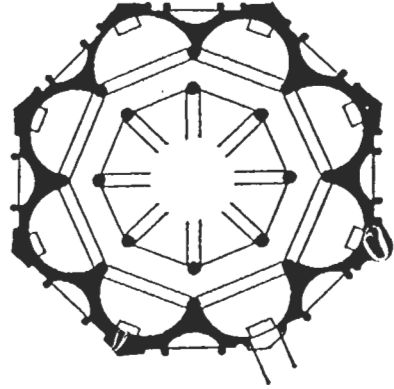
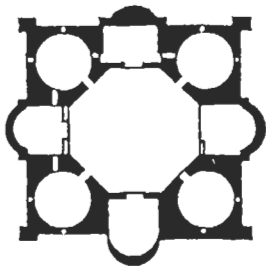


Fig. 6. Trazados de Leonardo basados en el esquema del Plan Central.



general para obtener movimiento, piezas, engranajes y pequeñas poleas. En su aventura estudia las diferentes corrientes de viento; observa y analiza las aves y los murciélagos. Crea modelos planeadores y la máquina conocida como el *autogiro de Leonardo*. Así como un aparato para indicar la velocidad del viento y otro para comprobar la inclinación en el vuelo, al que llama *inclinómetro*.

La Mecánica —dice— *es el paraíso de las Ciencias Matemáticas, porque a través de él uno se cosecha los frutos de esta ciencia.*

Pongamos, con un rápido y resumidísimo recorrido, varios ejemplos: Tiene estudios sobre transición de energía en los cuerpos: los *dibujos* de distintas combinaciones de *poleas*, indicando las diferentes características mecánicas de cada sistema. *Idea gatos de elevación*. Sistemas para multiplicar la fuerza mediante *engranajes*. Otros basados en resortes que pueden provocar el desplazamiento de un *vehículo*. *Engranajes cónicos* para conseguir velocidad de rotación gradualmente mayor; y aunque no lo llegó a aplicar a sus modelos, coincide con la primera tecnología en la historia del automóvil. *Diseña* un vehículo impulsado por resortes con posibilidad de recorrer unos cuantos metros. *Dibuja* el efecto rotor de la combinación de *engranajes, roscas, muelas dentadas y correas*.

En el fondo de estas tormentas de ideas también se encuentra su soberbio sentido y *búsqueda de la Proporción*.

El mismo Leonardo apunta que quiere buscar una relación de proporcionalidad entre el movimiento y otras variables.

¿Tuvo nuestro amigo posibilidades de acercarse teórica o gráficamente a describir el recorrido lineal de las *curvas cíclicas*? Realmente estuvo muy cerca de ver tales desarrollos lineales. No sabemos hasta que punto alguno de sus diseños de engranajes y transiciones de movimiento fueron promotores de posteriores ideas⁶.

Propone también, un el *estepón mecánico* accionado por la fuerza que emana del fuego. También estudia la transmisión por cadenas de *engranajes*. *Diseña* incluso las pequeñas piezas o eslabones. Pero todo esto queda solo en *proyecto gráfico*. Y es curioso que mucho después no solo con el desarrollo de las curvas mecánicas, sino que además Francia en (1830) se crea un sistema similar a los que dibujara Leonardo, para el primer modelo de bicicleta.

Casi tres siglos antes de que Benjamín Rumford realizara el invento, Leonardo idea y dibuja un *fotómetro*, cuando se dispone a investigar sobre la posibilidad de medir la intensidad de la *luz*. Conoce la *luz* desde el punto de vista físico.

6. Según los dibujos de Leonardo da Vinci: Códice Atlántico 812 (antes 296v.a.); Códice Atlántico 114 (antes 40r.b.); Códice Atlántico 18v. (antes 4v.b.); Códice Atlántico 17v. (antes 4v.); y en Códice Atlántico 77v. (antes 27v.a.).



Le atrae el fenómeno de la *iriscencia* en el plumaje de las aves y en ciertas manchas de aceite sobre el agua, explica claramente que es debido a la *refracción de los rayos de luz*.

Se puede decir que Leonardo: Ve, describe y razona, pero no profundiza. Así y según consideran muchos, se aproxima bastante a la formulación de la *Primera Ley del Movimiento* de Newton. Leonardo dice: *Nada se mueve por sí mismo, el movimiento se efectúa a través de otros, este otro es la fuerza*; en otra nota: *Todo movimiento tiende a mantenerse mientras permanezca en ellos el impulso de la fuerza original*. El Principio de Inercia durante años se denominó *Principio de Leonardo*.

Ante esta rápida y resumida revisión de sus ingeniosos inventos, a nosotros, este ecléctico de ideas, nos puede llegar a cuestionar: ¿qué temas tomó de otros?, y ¿qué es «lo propio» y qué «lo próximo» a sus pensamientos?

Para los escépticos hay una recomendación que haría mitigar la intriga de unos cuantos: la publicación en Milán (1956) de un extraño artículo del ingeniero Ladislao Reti.

5. *Tierra y Martes, como motivo de los dibujos de Leonardo*

Estuvo muy por encima de la *visión gráfica* o *planimétrica* que se tenía en la época. Aportó novedosos *planos cartográficos*.

Da una posible y casi correcta explicación acerca de los fósiles marinos y de la formación de las rocas sedimentarias. No aceptando la idea del Diluvio Universal.

Su obra contiene bellas ilustraciones sobre el movimiento del agua en mares y océanos. En las intrigas de Leonardo se encuentran también fenómenos naturales, como: las tormentas y huracanes.

6. *La naturaleza*

Leonardo sabía ver «lo invisible» en Botánica, en la Anatomía de los seres vivos y en la Anatomía humana. Este capítulo —como el anterior— apasionante, sobre el que no nos marcamos ahora el cometido de abordar, debemos —así— al menos mencionarlo.

Los dibujos sobre la Naturaleza son el reflejo de una concepción dinámica de ésta que difícilmente es apreciable en las ilustraciones de épocas precedentes. Seguramente de tal inspiración deriva la inventiva de Leonardo en el terreno de la Mecánica, y de ahí sus máquinas soñadas; como él mismo decía: *con el auxilio de la naturaleza*, con semejanza de vida. La diferencia entre la obra de la naturaleza y los instrumentos creados por el hombre, señalaba Leonardo, estaban en la *fuerza de la energía*.



7. Los cielos y más allá de éstos

Toquemos aquí «cuatro cosas», lo suficiente para tener una idea de la abundante labor científica que razonó y desarrolló en sus ilustraciones. Cualquiera de los títulos que han publicado sus biógrafos nos ampliaría este extracto que aquí hago sobre la figura de Leonardo, que por otra parte, solo pretende ser sugerente hacia un futuro «entusiasmo» por el tema. Lo importante es que ayude a ver como fue la sensibilidad de Leonardo frente a la *Geometría* y el *Diseño* de la realidad física y sensible.

Coinciden los expertos, que Leonardo se adelantó unos quince años a Copérnico; y a Galileo, más de un siglo. También que conocía la obra de Aristarco de Samos (siglo III a.J.C.). Se sabe, por sus monografías que estudia un *eclipse de sol*, para observarlo sin que la vista sufra, había que hacerlo —nos explica— a través de dos pequeños agujeros en una hoja de papel.

Rechaza la idea del *Universo Geocéntrico* al decir: *El sol no se mueve*. Aunque le afecta la visión antigua del *cosmos* (tierra, aire, fuego y agua).

El sol posee sustancia, forma, movimiento, irradiación, calor y fuerza regeneradora; todas estas cosas emanan de él.

De Platón toma la relación *hombre y Universo*. Así como la doctrina sobre el *macrocosmos* y el *microcosmos*.

Era claro en su visión de la *Tierra* con respecto al *Universo*: *Muchas de las estrellas son mayores que la Tierra*. Proyecta una especie de observatorio para sus estudios astronómicos; él mismo en los dibujos se hace un curioso recordatorio: *obtener cristales para ver grande la Luna*. ¿Sabía construir lentes? Pensemos que aún no existía el telescopio.

Para finalizar aquí y a modo de epígrafe utilizó una cita de Leonardo, que muy bien pudo servir al comenzar este condensado encuentro con el maestro: *El que pierde la vista, pierde su visión del Universo, y es como un hombre enterrado vivo, que sólo puede moverse y respirar en su tumba. ¿No ves que el ojo abarca la belleza del mundo entero?*

Armonía, belleza y orden cósmico en el Renacimiento

Nos hemos dejado, con la intención de sumarlo a éste apartado, un tema tratado años antes por Vitruvio. Nuestro propósito con ello va a ser dar entrada a presentar más tarde a Luca Paccioli. Pasemos pues a ocuparnos del asunto:

Vitruvio, de forma breve y bastante clara, nos muestra en su tratado un asunto donde se advierte la existencia de la clave de la *proporción* y de su función más allá de los *órdenes*.



Muy pocos humanistas llegan a entender los escritos acerca de estas *teorías* en arquitectura. Fue el matemático Cardano, quién en el siglo XVI le atribuye una *teoría de la proporción* basada en la Música. Por otro lado, también se evidencia en su *tratado* su conocimiento a cerca de los ritmos musicales, y queda constancia de que aplica a ellos las *teorías pitagóricas*.

En una parte de su *escrito*, explica que busca la entonación correcta de las cuerdas tensadas de las catapultas: sin esto —nos cuenta— la dirección del proyectil no puede ser recta. Es una sencilla *Norma de Armonía* que se traduce a que todas las cuerdas deben tener la misma longitud e igual espesor, para que las tensiones fueran iguales. Aplica también estos *principios* en el diseño de los órganos de agua romanos. Igualmente tendrá en cuenta la *norma armónica musical* en la concepción espacial de detalles para el teatro: se puede incrementar la fuerza de la voz del actor, colocando vasijas de bronce en una especie de nichos, y el arquitecto tenía que buscar la resonancia correcta, que dependía de la concavidad del recipiente. Pues bien, Vitruvio hace de ello igual que con todo «una cuestión de *Proporción*».

Por otro lado, trabajar con las ilusiones ópticas y la apariencia de las cosas, tiene que ver también con la *proporción*. El placer de contemplar lo *estético* se basa en *percibir* relaciones puramente *formales*. Esto supone la existencia de una *estructura*. En el Arte, el responsable de ella es por supuesto el artista que *compone*. Y *Componer* es el acto que podríamos definir como: partir de un problema estructural y plantear el acuerdo entre las partes que formarán el conjunto coherente, es decir: una unidad. Pero ahora nos preguntamos, como cuando comenzábamos nuestras reflexiones: ¿existe una solución única, perfecta y agradable a la vista?

La *belleza*, *austeridad* y *pureza formal* de los diseños griegos y romanos comienzan a seducir a filósofos y arquitectos de ésta nueva etapa que se esfuerzan en resumir la *teoría de la Proporción* a una sencilla teoría de lo *correcto*.

Nos **preguntamos también por los esquemas formales que reúnen ésta propiedad**. Nos cuestionamos **además, si se podía llegar a seleccionar las formas más agradables a la vista de la mayoría, y si el Arte y la belleza son «cuestiones de hacer números»**.

Sabemos que en los siglos XV y XVI se podía llegar a la armonía musical mediante relaciones numéricas. Pues bien, los artistas del Renacimiento basándose en estos principios construyen los rectángulos más hermosos.

Vitruvio es el primero que parece conocer estas *reglas*, las estudia a través de la arquitectura griega, sin contar con fuentes escritas de aquella época. Alberti en su tratado elogiaba a Pitágoras, y casi al final del Renacimiento nos encontramos con Andrea Palladio: el **más destacado representante del último período (Clasicismo)**, confiaba las medidas **de sus edificios y de sus estructuras abovedadas al uso**



de medios *aritméticos*, *geométricos* y *armónicos* según toma de los clásicos. Antes de llegar a Palladio, los renacentistas —por lo menos la mayoría— se resistían a utilizar *números* que no fueran enteros. Pues pensaban que aquellos, los maestros de las formas puras y regulares, nunca tomaron proporciones inconmensurables o no expresables como *proporciones de enteros*. Sin embargo Palladio que conoce a Vitruvio, afirma que éste mide con raíz de dos (en la duplicación del cuadrado, según el método de Platón) por que se sirve de la geometría griega. *Esto supone ya la presencia de los números irracionales*. (Fig. 7).

Es también nota importante a recordar sobre los renacentistas, la ausencia en sus obras del *polígono de cinco lados*. Pues su trazado presentaba problemas, no era perfecto y sólo se podía construir por aproximación, predominaban por esto los *polígonos regulares de lados pares*, donde cabía más la posibilidad de no encontrarse con la inconmensurabilidad. Entre las *formas* favoritas de la arquitectura y la pintura estaba el *octógono regular* y la *estrella de ocho puntas*. Recordemos aquí que Leonardo se basó también en ello. Solamente contamos a parte de Leonardo, con otros dos personajes que en el Renacimiento se preocuparon por teorizar acerca del trazado del *pentágono*, y los dos conocían perfectamente a Euclides: uno era Alberto Durero y el otro Piero della Francesca. (Fig. 8).

La sección divina

La *figura* de Euclides correspondiente al *polígono de cinco lados* implicaba según su tratado: *la partición de un segmento en relación extrema y media*. (Fig. 9).

Más tarde esta *razón* es llamada *Proporción Áurea* (siglo XVII) por artistas y matemáticos de la *forma*, quienes muestran gran interés sobre su aplicación. Pues parecía ser que la *Belleza de la Proporción* estaba en esta *fórmula*. Se ha estudiado como los griegos la poseen en sus obras y responde a la *razón* por la que se rige el *Universo*. En él, *hombre* y *Arte* son reflejos de ese *Orden Cósmico*. Y solo, en ambas cosas, se alcanza tal *Armonía* cuando se parte de la *observación* y *principios* de la Naturaleza, tomada ésta por el hombre como medio material a través del cual se puede tener conocimiento del Universo y por lo tanto llegar a descubrir ese *Orden Cósmico* (Orden Divino, según las *teorías* sobre la creación divina del Universo).

El mismo Kepler, citado por nosotros ya en varias ocasiones, se entusiasmó por el tema de la Divina Proporción y elogia sus propiedades. Sus cualidades *estéticas* y *matemáticas* la convierten en *Principio de Composición*.

Tan apasionante era la noción de *Sección Áurea* que a comienzos del siglo XVI el matemático Fra Luca Paccioli escribe un libro sobre dicho asunto, al que él titula:

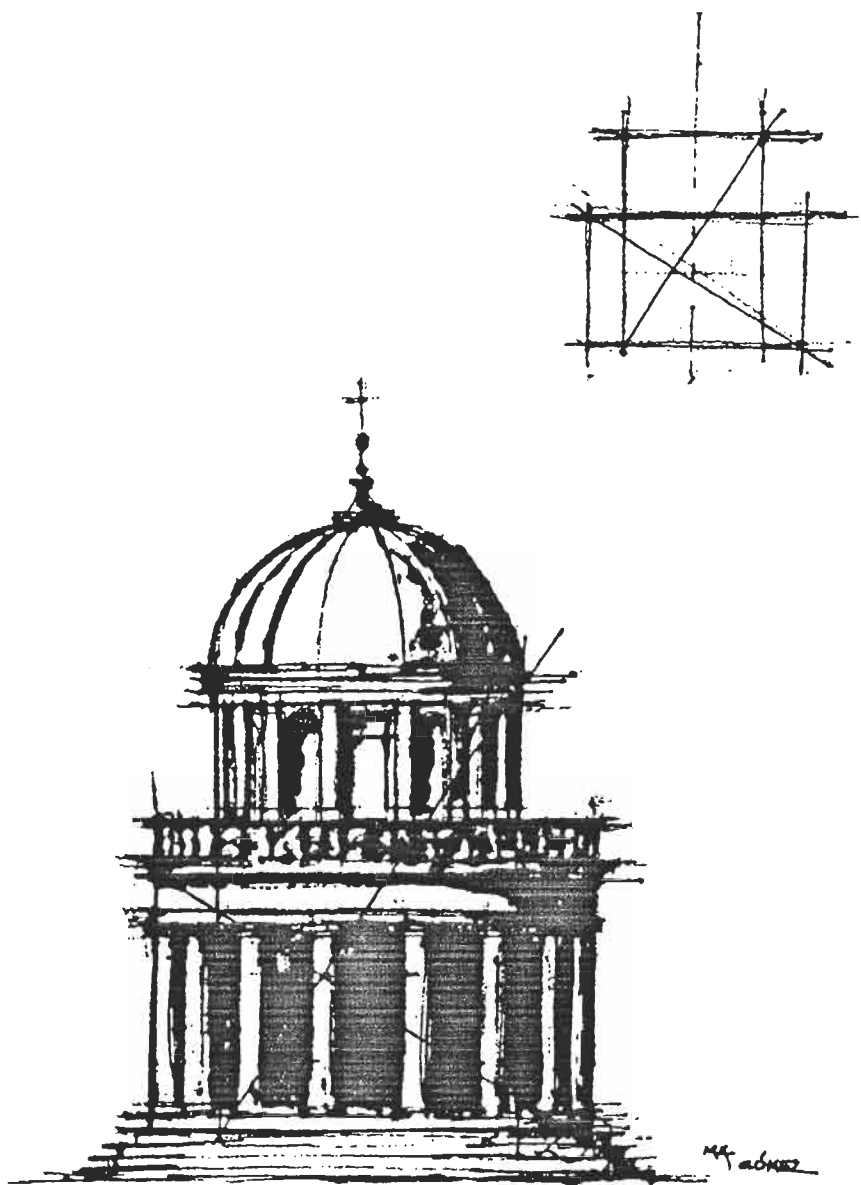
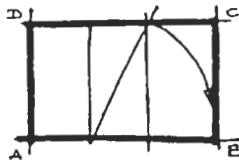
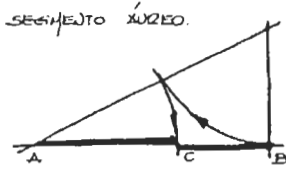
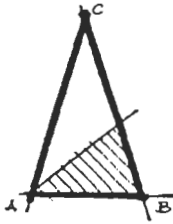


Fig. 7. Temple de San Pietro in Montorio. Bramante. Roma, 1503.



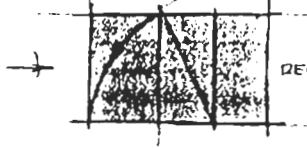
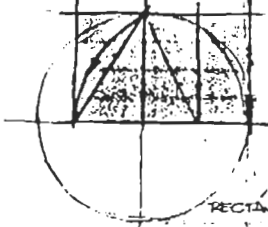
RECTÁNGULO ÁUREO



TRIÁNGULO ÁUREO.

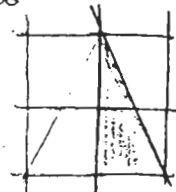
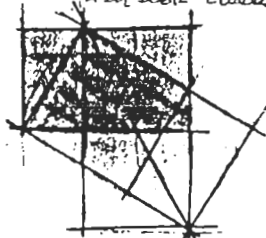
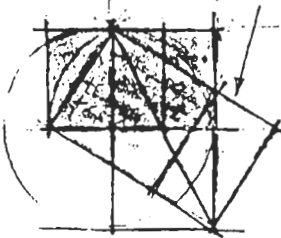
— PROPORCIONES ÁUREAS.

SEGÚN DURELLO (CONSTRUCCIÓN DE PENTÁGONO).



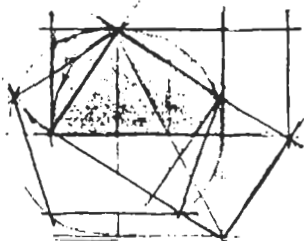
RECTÁNGULO ÁUREO

RECTÁNGULO ÁUREO. SU DIAGONAL COINCIDE CON LA DEL DOBLE CUADRADO



TRIÁNGULO DEL DOBLE CUADRADO.

PENTÁGONO REGULAR.



TRIÁNGULO ÁUREO.

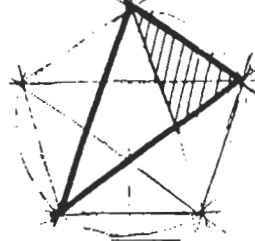
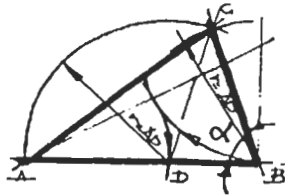


Fig. 8

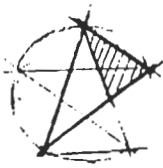
SOBRE UN SEGMENTO AB CONSTRUYAMOS
UN TRIANGULO ACUTANGULO.



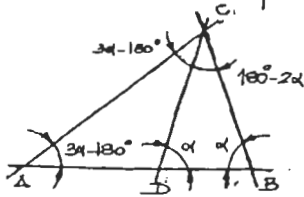
\widehat{ABC} y \widehat{DBC} TRIANGULOS ACUTANGULOS.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{DB} = \frac{CB}{DB} = \phi$$

DEMOSTREMOS CUANTO VALER EL ANGULO α .



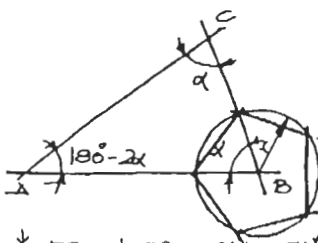
POR UN LADO TENEMOS:



$$\begin{aligned} CD = CB &\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{BCD} = \alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow \widehat{DCB} = 180^\circ - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB = AC &\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow \widehat{DCA} = \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = 3\alpha - 180^\circ = \\ &= \widehat{DAC}; \quad \widehat{DAC} = 3\alpha - 180^\circ \end{aligned}$$

POR OTRO LADO:



$$AB = AC \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \widehat{CXB} = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\text{como } \widehat{DAC} = \widehat{CXB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\alpha - 180^\circ = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 72^\circ}$$

* ES DECIR, QUE CUALQUIER CIRCUNFERENCIA QUE PASE POR AOS CON CENTRO EN B, INSCRIBIRA UN PENTAGONO REGULAR.

Fig. 9. Construcción de Euclides para el ángulo de 72°.



La Divina Proportione. Donde atribuye a dicha *sección* muy diversas propiedades místicas en el campo de la Ciencia y del Arte. La define como: *Principio Estético que se halla en las formas creadas por el artista, en el cuerpo humano, e incluso en las letras del alfabeto latino*. Pero pasemos ahora a resumir algo más sobre el personaje.

Luca Paccioli (1445-1517)

Hagamos un breve repaso en su vida, nos ayudará a una mejor ubicación en el campo de las Artes, pues de pronto puede que su nombre nos suene a decir «matemático»:

Nace en Borgo, San Sepolcro. Sobre el año 1470 ingresa en la orden Franciscana, y se le conoce sobre todo como enseñante de matemáticas por su densa labor en Perugia, Nápoles, Milán, Pisa, Bolonia, Venecia y Roma. Resume el contenido de los conocimientos matemáticos de su época en su obra: *Suma de Aritmética, Geometría, Proporciones y Proporcionalidad* (1494). Sin duda la obra que lo más identifica es la que nos ocupa: *La Divina Proporción* (1509). Este libro se basa por completo en el *Libellus de Quinque Corporibus Regularibus* de Piero della Francesca.

Su *tratado* versa sobre el estudio de la *Sección Áurea* y su aplicación en las construcciones geométricas. Contiene los *dibujos* de los *cuerpos poliédricos* que Leonardo hace para él.

Paccioli traba profunda amistad con Piero a partir del año 1460 y asiste a las clases del maestro en sus continuas visitas a su pueblo natal.

Es en la espléndida biblioteca de Federico de Montefeltro (duque de Urbino) donde Luca Paccioli se encuentra con los textos antiguos que le cautivan el espíritu y pasión por los estudios de las Ciencias.

En Venecia asiste a las lecciones públicas del matemático Domenico Bragadino.

Entre 1470 y 1471 se encuentra en Roma alojado en casa de Alberti. Coincide aquí con su maestro Piero della Francesca, que acude a cumplir con un proyecto para el papa Nicolás V.

Sus conocimientos sobre Vitruvio puede que se deban a la proximidad en estos años, al ambiente del cardenal Riario, entusiasta del *Tratado Romano*.

Después de entrar en la Orden, en Perugia se le propone como profesor de matemáticas, pero Paccioli se ocupa poco tiempo de esto (unos dos años) pues viaja por Italia y fuera de sus fronteras. Le acompaña la idea de redactar manuscritos.

En Venecia, en el año 1494, imprime su *Suma de Aritmética, Geometría, Proporción y Proporcionalidad*.



En Milán (1496) es invitado por el duque Sforza, comenzando a enseñar aquí matemáticas. Inicia su amistad con Leonardo, y entre ellos nace una gran colaboración y mútua influencia.

Otra fecha importante en su vida es el año 1505. Paccioli solicita de quien era su protector, Pietro Sderini, la concesión del privilegio de publicar la traducción de *Los Elementos* de Euclides. Con lo que su último viaje a Venecia se realiza con este cometido en 1514. Prepara entonces la impresión de *Los Elementi di Euclides*. Pronuncia una lección sobre el *Libro V*, en la Iglesia de San Bartolomeo. Por la misma fecha finaliza *De Divina Proportione*.

Hay que destacar también que en Roma, en el año 1514, León X pone a su cargo la Cátedra de Matemáticas de la Sapienza.

Teoría de las proporciones de Paccioli

Este tema es desarrollado por el matemático en la *sexta distincione* del primer tratado. Se ocupa de la *Estructura del Universo* desde el planteamiento general de las Ciencias, las Matemáticas y el Arte.

Los textos antiguos utilizados como fuentes, considerados por Paccioli como las obras de los autores que originaron la Teoría de la Proporción, son: el *Timeo* de Platón y *Los Elementos* de Euclides.

En su libro nos dice que sin el *concepto* de la *Proporción* no se puede alcanzar el conocimiento de las cosas del Universo. Al igual que su amigo Leonardo, considera la *Proporción: madre y reina de las Artes*.

Las preocupaciones de Paccioli y de Leonardo —se puede decir— son comunes: la Ciencia Matemática va unida a la Ciencia de *ver*.

Aunque dentro de un estilo entre lo esotérico y lo místico, su contenido de ideas aborda *principios* de la Ciencia, y se detecta gran matiz neoplatónico. Por un lado el neoplatonismo le viene del despliegue en los primeros florentinos, que hace que siga un pensamiento de corte matemático; por otro, el gusto hacia las *formas* grecolatinas según las *normas* vitruvianas.

El libro *La Divina Proporción* parece ir destinado a aquellos que posean un profundo interés por lo fascinante entre Filosofía, Artes y Matemáticas.

El rigor y la claridad que caracterizan la obra de Paccioli nacen de la formación escolástica, y va muy conectado a los problemas del momento. Lo cual hace que su estilo sea diferente al que se puede ver en corrientes medievales (nos referimos a aquellos que vivían desde sus estancias conventuales: Religión y Ciencia; pues como sabemos, entre sus labores estaba la de traducir obras antiguas).



Resalta, a lo largo de casi todo su escrito, la nobleza del sentido de la vista junto al rigor matemático, —como el mismo nos cuenta— para que el intelecto emita juicios más acertados. Todo lo creado pasa por: *el número, el peso y la medida*.

Las disciplinas que asumen este rigor son: por un lado, Aritmética, Geometría y Astronomía; y por otro, la Música, la Perspectiva, la Arquitectura y la Cosmografía.

Desde el *Capítulo V* centra en el tema de su *tratado* La Sección Áurea. Paccioli defiende y expone: *La división del segmento en media y extrema razón*. A la vez da a la *unidad* un tremendo sentido de *sustancia divina*.

La figuración del Cosmos

Los *Capítulos* que van desde el XXIV al LIV ocupan el análisis y construcción de los cinco primeros sólidos regulares. A éstos también se les conoce como *poliedros* de Platón y corresponden a las *figuras cósmicas* de la tradición pitagórica.

Estos son: *tetraedro, cubo* (hexaedro), *octaedro, icosaedro y dodecaedro*. Simbolizando respectivamente, desde los antiguos, a los elementos: fuego, tierra, aire, agua y el todo.

Para la construcción de los cuerpos son necesarios los triángulos rectos y la Divina Proporción. Paccioli demuestra que no pueden ser más que cinco, y que siempre crecen a partir del anterior. El último *poliedro* representa a la esfera y contiene a todos, se asemeja al receptáculo cielo; y por ello en él se inscriben los demás. Este *sólido* se forma con *doce planos pentagonales*, y si éstos fueran pequeños casquetes circulares, formarían una perfecta *esfera*. La bóveda en arquitectura y la visión del cielo comparten esta *estructura*.

De los *cinco sólidos* platónicos surgen los *abcisos y elevados* y éstos a su vez pueden ser *vacíos o llenos*. Trucando los primeros surgen los *sólidos* arquimedianos, cuerpos conjugados o semirregulares; éstos admiten la construcción de *abcisos y elevados, vacíos o llenos*.

Los *poliedros* o *cuerpos geométricos* en definitiva, según Paccioli representan: *La Estructura Universal de la Proporción Matemática*. Por lo que deben de representar para la arquitectura *principio y objetivo de belleza*.

Al final de este *Capítulo* elogia y recomienda dos cosas: una es Vitruvio —dice— *quien de él se aparta, cava en el agua y cimienta en la arena y muy pronto malogra su arte*; la otra es, *el ángulo recto* —pues como nos indica— *sin su conocimiento no es posible distinguir el bien del mal en ninguna de nuestras proporciones, ni en modo alguno se puede dar medida cierta*.



Por último decir, que Luca Paccioli define la *Tierra* como símbolo del Macrocosmos y el *hombre* como Microcosmos. Todas las obras parten de una escala: *el hombre*. En él está la Proporción Divina. Como Leonardo da Vinci, toma de Vitruvio el *canon de proporciones*.

Quizás lo más difícil de asumir de todo lo que nos supone su *teoría* para llevar a la práctica tales *Principios de la Proporción*, es su carácter inconmensurable. Como en el Renacimiento, el problema de *diseñar* está en conciliar con el objetivo más importante de la *Belleza en el Arte: Orden y Medida*. Y la *Belleza* está en «saber ver» las relaciones entre las partes en beneficio de percibir la unidad formal.



BIBLIOGRAFÍA

- ARNHEIN, Rudolf. Arte y Percepción visual. Psicología del ojo creador Alianza Forma,. Madrid, 1986.
- ARTEAGA, Esteban de. La belleza ideal como objeto de las Artes de imitación. La España Editorial. Madrid (s. f.).
- DAUCHER, H. Visión artística y visión racionalizada. Gustavo Gili. Barcelona, 1988.
- GHYKA, Matila C. Estética de las proporciones en la naturaleza y en las Artes. Ed. Poseidón. Barcelona, 1983.
- GHYKA, Matila C. The Geometry of Art and life. Dover Public. New York, 1977.
- HODGSON TORRES, M^a Luisa. Geometría y Diseño de la realidad sensible desde las Bellas Artes. Tesis Doctoral (inédita). 1993. Universidad de La Laguna.
- HUNTLEY, H. E. The Divine Proportion. Dover Public. New York, 1970.
- NIETO ALCAIDE, Víctor. El Renacimiento. Ed. Istmo. Madrid, 1980.
- PACIOLI, Luca. La Divina Proporción Ed. Akal. Madrid, 1987.
- VITRUVIO. Los Diez Libros de Arquitectura (versión de Ortiz y Sanz). Ed. Akal. Madrid, 1987.
- VINCI, Leonardo Da. Tratado de Pintura (versión de Ángel González G.). Ed. Akal. Madrid, 1987.

