DESCARTES: EL ÁLGEBRA Y LA GEOMETRÍA

José Montesinos Sirera
Profesor de Matemáticas
I.B. Villalba Hervás

«La mente humana tiene algo de divino y en ella están sembradas las semillas del conocimiento»

René Descartes

Los modernos historiadores de las matemáticas: Boyer, Kline, etc., coinciden en señalar que René Descartes (1596-1650) fue técnicamente un matemático «menor», y ello no por falta de genio y capacidad para el estudio de aquéllas, sino por una decisión voluntariamente tomada por el propio Descartes de empeñar sus energías fundamentalmente en el estudio de la Filosofía y de la Física.

«He decidido abandonar la geometría abstracta, es decir, la consideración de cuestiones que sólo sirven para ejercitar la mente, para estudiar otro tipo de geometría que tiene por objeto la explicación de los fenómenos de la naturaleza».

Y sin embargo, muchos años antes de tomar esta decisión, ha sido la matemática abstracta, la geometría de los antiguos, la que le ha llenado de admiración y le ha hecho concebir su Método.

El método cartesiano y las matemáticas

En su autobiográfico «Discurso del Método», («Discours de la mèthode por bien conduire sa raison et chercher la verité dans les sciences»), Descartes nos cuenta la insatisfacción que sentía al terminar sus estudios en el colegio de jesuitas de La Flèche.

«...Desde la niñez fui habituado en el estudio de las letras y tenía un apasionado deseo de conocerlas, pues me persuadían de que mediante tales estudios se podía adquirir un conocimiento claro y al abrigo de dudas *sobre todo lo que es útil para la vida*. Pero modifiqué por completo mi opinión tan pronto como hube concluido mis estudios, momento en el que existe la costumbre de ser recibido en el rango de los doctos. Tantas dudas y errores me embargaban que, habiendo intentado instruirme, me parecía no haber alcanzado resultado alguno si exceptuamos el progresivo descubrimiento de mi ignorancia...»

A continuación, pasa revista a todas las materias que le han enseñado, concluyendo que de ellas únicamente las matemáticas le producían un especial deleite dada la certeza y evidencia de sus razonamientos, aunque sin percatarse de su verdadera función y utilidad.

Al inicio del capítulo segundo, Descartes nos cuenta el famoso episodio de «la poêle», de ciertas resonancias místicas.

«Me encontraba entonces en Alemania, país al que había sido atraído por el deseo de conocer unas guerras que aún no han finalizado. Cuando retornaba hacia la armada después de haber presenciado la coronación del Emperador, el inicio del invierno me obligó a detenerme en un cuartel en el que, no encontrando conversación alguna que distrajera mi atención y, por otra parte, no teniendo afortunadamente preocupaciones que me inquietasen, permanecía durante todo el día en una cálida habitación donde disfrutaba analizando mis reflexiones...»

En la noche del 10 de noviembre de 1619, Descartes tiene tres sueños en los que se le revela el proyecto de una «CIENCIA ADMIRABLE». Pero sigamos su relato,

«...Había estudiado, siendo más joven, entre las partes de la filosofía, la lógica y entre la de las matemáticas el análisis de los geómetras y el álgebra...»

Pero al examinarlas advertí que con respecto a la lógica, sus silogismos y la mayor parte de las demás instrucciones sirven mas bien para explicar a otros las cosas que ya se saben... Luego, en relación con el análisis de los antiguos (la geometría) y el álgebra de los modernos, aparte de no extenderse sino a materias muy abstractas y que parecen carecer de todo uso, el primero está siempre tan constreñido a la consideración de las figuras, que no puede ejercitar el entendimiento sin fatigar en mucho la imaginación; y en la última, de tal modo se está sometido a ciertas reglas y a ciertas cifras que ha llegado a ser un arte confuso y oscuro, que confunde al espíritu en lugar de ser una ciencia que lo cultive. Esto fue la causa de que pensara que era preciso buscar algún otro *método* que, reuniendo las ventajas de estos tres, excluyera sus defectos...»

Son bien conocidas las reglas de ese «método» maravilloso.

La primera consiste en no admitir cosa alguna como verdadera si no se la había conocido evidentemente como tal. Es decir, con todo cuidado debía evitar la precipitación y la prevención, admitiendo exclusivamente en mis juicios aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda.

La segunda exigía que dividiese cada una de las dificultades a examinar en tantas parcelas como fuera posible y necesario para resolverlas más fácilmente.

La tercera requería conducir por orden mis reflexiones comenzando por los objetos más simples y más fácilmente cognoscibles, para ascender poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más complejos.

Según el *cuarto* y último de estos preceptos debería realizar recuentos tan completos y revisiones tan amplias que pudiese estar seguro de no omitir nada».

Y así, el correcto uso de estas reglas conducirían a que

«...Las largas cadenas de razones simples y fáciles, por medio de las cuales generalmente los geómetras llegan a alcanzar las demostraciones más difíciles, me habían proporcionado la ocasión de imaginar que todas las cosas que pueden ser objeto del conocimiento de los hombres se entrelazan de igual forma y que, absteniéndome de admitir como verdadera alguna que no lo sea y guardando siempre el orden necesario para deducir unas de otras, *no puede haber algunas tan alejadas de nuestro conocimiento que no podamos finalmente conocer, ni tan ocultas que no podamos llegar a descubrir...*».

Impresiona la audacia del joven Descartes.

Por el momento viaja por toda Europa y se hace un consumado espadachín; reside dos años en Italia y hacia 1626 se instala en París donde se relaciona con los espíritus más cultivados de la época. Entra de nuevo en contacto con su compañero de colegio *Marin Mersenne*, que ha tomado los hábitos religiosos y que será una especie de «correo» de las personalidades científicas y filosóficas más importantes del período.

Por esta época escribe «Las reglas para la dirección del espíritu», publicada póstumamente en 1701 y que constituye lo que será el primer diseño de la filosofía cartesiana. Especialmente interesante es la REGLA IV: «El Método es necesario para la investigación de la verdad».

Aquí Descartes proclama la unidad de las ciencias y decreta que no hay otra forma de avanzar en ellas que la de su método:

«Mejor que buscar la verdad sin método es no pensar nunca en ella, porque los estudios desordenados y las meditaciones obscuras turban las luces naturales de la razón y ciegan la inteligencia».

Aunque consiente en no ser el primero en haber llegado a él:

«...Me inclino a creer que, hace mucho tiempo, los espíritus superiores lo entrevieron sin otra guía que las luces naturales de la razón».

Era el método que los antiguos aplicaron a las ciencias más fáciles, la aritmética y la geometría.

Continúa Descartes diciendo:

«...Y nosotros ¿no nos servimos de una especie de aritmética, denominada álgebra, que consiste en operar sobre un número lo que los antiguos operaban sobre figuras?»

«...Aunque en este tratado hable con frecuencia de figuras y números, el que siga con atención mi pensamiento observará fácilmente que no es mi objetivo hablar de las matemáticas ordinarias, sino exponer otra ciencia de la que aquéllas son la envoltura mas bien que las partes»

«...Si he hablado de envoltura no es que yo quiera encerrar en ella y sellar esta ciencia para apartarla de las miradas del vulgo; al contrario, quiero vestirla y adornarla de tal suerte que esté al alcance de todos»

«...La denominación de esta ciencia no consiste en un nombre extranjero (se refiere al extraño nombre de álgebra), sino en el antiguo y usual de MATEMÁTICAS UNIVERSALES».

En 1629 se instala en Holanda donde residirá salvo breves interrupciones hasta 1649, llevando una vida solitaria y retirada, consagrada totalmente a la construcción de su sistema filosófico.

Es en 1637, cuando publica en Leyden su «Discurso del Método», seguido de los tres apéndices «La Dioptrique», «Les Meteores» y «La Geometrie», como prueba y confirmación de lo satisfactorio de su método.

Pero antes de ocuparnos con detenimiento de «La Geometrie», veamos qué lecturas e influencias matemáticas tuvo o pudo tener:

En cuanto a la Geometría, Descartes conocía bien, sin duda, las obras de Euclides, Apolonio, Arquímedes y Pappus. Admiraba el rigor de la geometría griega, pero repetidas veces se queja de su «aristocratismo», de la ausencia de método. Cada problema requiere una idea feliz y esto es muy fatigoso y nunca se tiene la seguridad de resolverlo. Detesta también (al contrario de Fermat) su esteticismo y la falta de motivación práctica. Llega a pensar que los «antiguos» escondían a propósito su método (el análisis) para presentarnos los productos en forma sintética. Esta es una opinión muy extendida en la época. Vieta, Wallis, Barrow y otros matemáticos la comparten. Descartes, en su Regla IV (Reglas para la dirección del espíritu), dice: «Así como muchos artesanos ocultan el secreto de sus inventos, Pappus y Diofanto, temiendo tal vez que la facilidad y la sencillez de su método le hicieran perder su valor, prefirieron, para excitar la admiración de todos, presentarnos como productos de su ingenio algunas verdades estériles muy sutilmente deducidas, en lugar de mostrar el método de que se servían». (Ver *González Urbaneja* [1992]).

Pero es en el Álgebra, donde Descartes ve agudamente el futuro del desarrollo matemático. Conoce los libros de Diofanto y los resultados de los algebristas italianos Tartaglia, Cardano y Ferrari.

Nosotros pensamos que conocía también la obra algebraica de su compatriota François Viète (1540-1603). (Descartes negará que conociera la obra de Viète antes de la creación de su método).

Viète es el primer matemático que usa letras como coeficientes en las ecuaciones. En su obra *In artem analyticem isagoge* (Tours, 1591) desarrolla y distingue la «logistica speciosa» de la «logistica numerosa». Estudia en los griegos, los métodos del análisis y de la síntesis y expresa timidamente la posibilidad de construir unas *Mathematicas Universalis* en la que *Quod est, nullum non problema solvere*: «No hay problema que no pueda ser resuelto».

Pero es René Descartes quien carga de poder esta idea, dándose cuenta de la superioridad de los métodos algebraicos, de la generalidad de éstos y de su valor en la mecanización del proceso de razonamiento y en la reducción del trabajo en la resolución de problemas.

La geometría

Publicada como apéndice del «Discurso del Método», consta de tres libros de muy difícil lectura, como el propio Descartes advierte:

«Hasta aquí he intentado que cualquier persona pudiera entender mis escritos; sin embargo, temo que este tratado no podrá ser leído sino por aquellos que ya tienen conocimiento de lo que se expone en los estudios de Geometría, pues, considerando que incluyen verdades muy correctamente demostradas que me han sido de gran utilidad, he considerado superfluo repetirlas».

Descartes no es el único matemático de la época que omite las demostraciones de sus resultados y el recelo que sienten a la hora de comunicar las técnicas con las que resuelven los problemas será la causa de múltiples controversias sobre la autoría de los teoremas.

En 1649, *Van Schooten* publica una edición en Latín comentada y explicada. Esta es la edición que leerá Newton, quien confiesa tenerla que leer muchas veces para comprenderla.

En el LIBRO PRIMERO: «Sobre los problemas que pueden construirse empleando solamente círculos y líneas rectas», comienza diciendo Descartes que todos los problemas de la Geometría pueden ser reducidos fácilmente a términos tales que no sea necesario posteriormente para construirlos, sino conocer la longitud de algunas líneas.

A continuación, «aritmetiza» las operaciones geométricas que usaban los geómetras griegos.

«Así como la Aritmética se basa en cuatro o cinco operaciones, a saber, la adición, la sustracción, la multiplicación, la división y la extracción de raíces (que puede ser considerada como una especie de división), de igual forma no es necesario en Geometría para llegar a conocer las líneas que se buscan y para disponerlas a ser conocidas, sino añadir o sustraer otras, o bien tomando una línea que consideraré como la unidad, para relacionarla tanto más fácilmente con los números (pudiendo ser tomada generalmente a discreción), y teniendo otras dos líneas, encontrar una cuarta línea que sea a cada una de las líneas dadas como la otra es a la unidad (lo cual es lo mismo que la multiplicación); o, en segundo lugar, encontrar una cuarta línea que es a una de estas dos como la unidad es a la otra (lo que equivale a la división); o finalmente, hallar una, dos o varias medias proporcionales entre la unidad y alguna otra línea (lo cual es equivalente a la obtención de la raíz cuadrada, cúbica, etc...).

No temeré introducir estos términos en la Geometría con el fin de hacerme más inteligible».

¿Por qué tendría que temer Descartes este intento de aritmetizar la Geometría?. No olvidemos que en esta época había serias resistencias, por parte de muchos matemáticos y no matemáticos (como Hobbes), a que la bella, elegante y *rigurosa* Geometría de los griegos quedara contaminada por la prosaica, pragmática y *no rigurosa* Aritmética. El filósofo Thomas Hobbes, aunque sólo fue una figura menor en matemáticas, hablaba sin embargo en nombre de muchos matemáticos cuando se oponía a «todos los que aplican su álgebra a la geometría». Hobbes decía que esos algebristas confundían los símbolos con la geometría y describía la obra de John Wallis sobre el tratamiento algebraico de las cónicas como un libro canallesco y como un «amasijo de símbolos».

Muchos matemáticos, incluidos Blaise Pascal e Isaac Barrow hicieron objeciones al uso del álgebra porque no tenía una fundamentación lógica e insistieron en los métodos y demostraciones geométricas.

A continuación, Descartes da el fundamental paso al Algebra, al uso de letras que permitirán, al dotar de una notación ágil a la Geometría, salir de la parálisis en la que se encontraba.

Como dice Boyer, este libro es el primer texto matemático que un estudiante actual de álgebra puede estudiar sin encontrarse con dificultades de notación:

— Usa las primeras letras del alfabeto para los parámetros constantes.

— Las últimas letras para designar las incógnitas.

— Los símbolos germánicos + y - para la adición y sustracción.

— Interpreta a^2 y a^3, no como un área y un volumen respectivamente sino también como segmentos.

— Abandona el principio de homogeneidad y así, Descartes puede concebir la expresión $a^2.b^2$-b de la siguiente manera:

«Uno debe considerar la cantidad $a^2.b^2$ dividida una vez por la unidad (es decir, el segmento de longitud unidad), y la cantidad b multiplicada dos veces por la unidad».

Seguidamente nos da su método para acceder a las ecuaciones que sirven para resolver los problemas:

«Sí, pùes, deseamos resolver un problema, inicialmente debe suponerse efectuada la resolución, dando nombre a todas las líneas que se estimen necesarias para su construcción, tanto a las que son desconocidas como a las que son conocidas. A continuación, sin establecer distinción entre las líneas conocidas y las desconocidas, debemos descifrar el problema siguiendo el orden que muestre de modo más natural las relaciones entre estas líneas, hasta que se identifique un medio de expresar una misma cantidad de dos formas: esto es lo que se entiende por una ecuación, pues los términos de una de estas expresiones son iguales a los de la otra. Deben hallarse tantas ecuaciones como líneas desconocidas se han supuesto. Pero si no se logra ésto y, no obstante, no se ha omitido consideración alguna de lo especificado en el problema, esto testimonia que el problema no está completamente determinado...

...De esta manera pueden reducirse todas las cantidades desconocidas a una sola, siempre que el problema pueda ser construido mediante círculos y líneas rectas o por medio de secciones cónicas, o también por medio de cualquier otra línea curva de grado no superior al tercero o cuarto. Pero no me detengo en la explicación detallada de esto, pues os privaría del placer de aprender por vosotros mismos y de la utilidad de cultivar vuestro espíritu al ejercitarse en estas cuestiones, que es, según mi opinión, el principal resultado que se puede obtener de esta ciencia. *Pues no creo que exista entre estas cuestiones alguna tan difícil que no puedan solucionar aquellos que sean un poco más versados en Geometría común y en el Algebra si prestan atención a cuanto se diga en este tratado*».

Ovservemos que en este último párrafo Descartes nos confía la manera de resolver cualquier problema de Geometría y sin necesidad de «la idea feliz».

Descartes «democratiza» la Geometría, al pasar del mundo de las formas al de los números. Esto supone una mecanización de los procesos mentales a seguir para la resolución de un problema.

Es comprensible el entusiasmo de Descartes que le hace extrapolar a otras áreas del saber los resultados que sí alcanza en la Geometría y que le hace sufrir el espejismo que producen las matemáticas en ciertas naturalezas ardientes que ansían la totalidad: Ramón Llull, Leibniz. (A mediados de nuestro siglo XX, el colectivo de matemáticos franceses BOURBAKI padece la misma alucinación y hace de la lógica y de las estructuras algebraicas la nueva panacea universal. Cuando Dieudonné, miembro fundador de Bourbaki, al grito de «A bas Euclides» hizo desaparecer la geometría clásica de la enseñanza elemental, seguramente trataba de imitar a su ilustre compatriota René Descartes, aunque, pensamos, con bastante menor fortuna).

Continuando con el texto del Libro Primero, Descartes nos hace ver cómo tendremos que hacer cuando el problema sea «plano».

«Si el problema puede ser solucionado mediante la Geometría ordinaria, esto es, mediante el uso exclusivo de líneas rectas y círculos trazados sobre una superficie plana, cuando la última ecuación haya sido resuelta no nos encontraremos sino un cuadrado desconocido igual al resultado de multiplicar su raíz por alguna cantidad conocida y sumar o restar alguna otra cantidad conocida».

Esto es, una ecuación de segundo grado. Ahora bastará saber cómo se resuelve geométricamente una tal ecuación.

En el Libro II de los «Elementos» de Euclides, y en las proposiciones 5 y 6 se resuelven geométricamente unos problemas equivalentes a casos particulares de una ecuación de segundo grado. Euclides va a necesitar del Libro V, una vez justificada rigurosamente la razón entre magnitudes inconmensurables, para resolver en toda su generalidad la ecuación de segundo grado en el Libro VI, y siempre de forma geométrica.

Descartes resuelve también este problema, ayudándose de la conocida fórmula algebraica de resolución de una ecuación de segundo grado, simplificando grandemente la obra de Euclides, pero *a costa de aceptar intuitivamente el concepto de número irracional*.

Finalmente, Descartes pone «a prueba» su método al enfrentarse y resolver uno de los problemas más difíciles, no completamente resuelto, que los griegos habían legado: EL PROBLEMA DE PAPPUS. (Ver Descartes [1986]).

En el LIBRO SEGUNDO, Descartes se pregunta «Sobre la naturaleza de las líneas curvas» y «Sobre las líneas curvas que pueden admitirse en Geometría»:

«Los antiguos distinguieron con toda perfección la existencia de tres clases de problemas en Geometría: *planos*, *sólidos* y *lineales*; es decir, unos pueden ser construidos con sólo trazar líneas rectas y círculos; los segundos, por el contrario, no pueden serlo sin realizar la introducción de alguna sección cónica; finalmente, los terceros requieren el empleo de una línea más compleja. Pero no logro evitar la extrañeza que me produce el que, además de esto, no llegasen a distinguir diversos grados entre estas líneas más complejas, al igual que no logro comprender por qué las han denominado Mecánicas y no Geométricas. Pues si pensamos que las han denominado de tal modo porque es necesario utilizar algún instrumento para trazarlas, entonces deberíamos rechazar por la misma razón los círculos y las líneas rectas, puesto que no se trazan sobre el papel, sino utilizando la regla y el compás que también pueden ser considerados como máquinas. Tampoco puede explicarse por qué los instrumentos utilizados para trazarlas, siendo más complejos que la regla y el compás, no pueden llegar a alcanzar la misma precisión; en tal caso, deberían considerarse fuera de la Mecánica, pues la precisión de las obras realizadas por la mano es aún más buscada en ella que en la Geometría, donde exclusivamente se desea lograr precisión en el razonamiento, pudiendo obtenerse tanta perfección en relación con estas líneas como con las que son más simples...».

Descartes se está refiriendo aquí a la conocida clasificación de problemas hecha por Pappus. La extrañeza de Descartes es la misma que siente al advertir la decidida intención no utilitaria de la geometría griega. La visión cristiana y utilitarista de Descartes le impide contemplar la cuestión con perspectiva histórica. Algún autor de hoy día, como *Richard W. Knorr* («The ancient tradition on geometric problems»), para no sentir tal extrañeza y también, pensamos, con falta de perspectiva histórica, simplemente niegan que existiesen leyes de prioridad sobre los métodos de resolución de los problemas geométricos en la Grecia Antigua.

Sigue diciendo Descartes:

«Pero me parece totalmente claro que si entendemos, como generalmente se hace, por *geométrico* lo que es preciso y exacto y, en segundo lugar, por *mecánico* lo que no lo es; y, asimismo, si consideramos la Geometría como una ciencia que enseña en general a conocer las medidas de todos los cuerpos, no existe razón alguna para excluir de la misma el estudio de las líneas más complejas y no el de las más simples, *con tal de que puedan imaginarse descritas por un movimiento continuo o por varios movimientos sucesivos y en el que los últimos vienen determinados por los anteriores*.

Descartes llega por fin, a su importante clasificación de las curvas:

«...Podría exponer en este lugar otros medios para trazar y concebir líneas curvas que fuesen cada vez más complejas hasta el infinito. Pero, para comprender a la vez todas aquellas que se dan en la naturaleza y para clasificarlas por orden según ciertos tipos, no conozco nada más apropiado que afirmar que todos los puntos de las que pueden llamarse geométricas, es decir, de aquellas que caen bajo alguna medida precisa y exacta, *tienen necesariamente alguna relación con todos los puntos de una línea recta y esta relación puede ser expresada por alguna ecuación válida para todos los puntos*».

Así pues, las curvas geométricas o «aceptables» son aquellas que pueden expresarse mediante una única ecuación algebraica (de grado finito) en x y en y. Hecho de fundamental importancia que requiere algunas consideraciones.

1ª) Que las curvas aceptables sean las que admitan una ecuación algebraica, es el comienzo *de la eliminación del requisito de constructibilidad como criterio de existencia*.

Poco tiempo más tarde, Leibniz amplía el criterio de aceptabilidad y emplea las palabras *Algebraica* y *Trascendente* en vez de los términos Geométrica y Mecánica. De hecho Descartes y sus contemporáneos trabajaron con curvas no algebraicas y entre ellas, la importante, desde el punto de vista histórico, *Cicloide* y su asociada, la *Sinusoide*.

2ª) Al ampliar el concepto de curva admisible, Descartes dio un paso fundamental. No sólo admitía curvas anteriormente rechazadas sino que dada cualquier ecuación algebraica en x e y podía obtener nuevas curvas.

3ª) La clasificación cartesiana por parejas de grados seguidos parecía venir confirmada por consideraciones de tipo algebraico. Se sabía que la resolución de la cuártica podía reducirse a la de su correspondiente cúbica resolvente. Descartes extrapoló este resultado, lo cual es falso. (Ver *Boyer*: (1987) pág. 431).

4ª) Newton en su *Arithmetica Universalis* (1707), después de aceptar con gozo el que «los modernos geómetras, avanzando todavía mucho más allá (de las curvas planas, sólidas y lineales de los griegos) han recibido en la Geometría todas las líneas que pueden expresarse con ecuaciones», manifiesta sus discrepancias con la clasificación de las curvas por medio del grado de su ecuación. Considera que es, lo que él llama, la «Descripción» de una curva y no su ecuación la que le confiere su grado de sencillez geométrica. No es la simplicidad de una ecuación sino la simplicidad de su descripción lo que determina nuestra elección de ciertas curvas para la Construcción de Problemas. Así por ejemplo la ecuación de una parábola es más sencilla que la de un círculo, y sin embargo, el círculo por razón de su más sencilla construcción, es preferible a aquella.

Descartes y la geometría analítica

En nuestros libros de texto, la geometría analítica se relaciona inmediatamente con el nombre de Descartes. Sorprende, por tanto, descubrir en una lectura de su «Geometría», que en cualquier caso, la geometría analítica tal y como la conocemos hoy difiere en mucho de la que allí encontramos.

En la «Geometría» no hay nada sistemático acerca del uso de las coordenadas rectangulares (¡las coordenadas cartesianas!) y lo que se usa es un sistema de coordenadas oblicuas, especial para cada problema.

Dice Morris Kline: «El acento que la posteridad ha puesto sobre *La Geometrie* no es el que interesaba a Descartes. Aunque la idea sobresaliente para el futuro de las matemáticas era la de asociar ecuación y curva, para Descartes esto no era mas que un medio para un fin, a saber, la resolución de problemas de construcciones geométricas. El énfasis de Fermat en las ecuaciones de lugares geométricos es, desde el punto de vista moderno, más oportuno». Y sin embargo, sigue diciendo Kline: «El verdadero descubrimiento, la potencia de los métodos algebraicos, corresponde a Descartes, que sabía que su método estaba suplantando a los antiguos. Aunque la idea de asociar ecuaciones a las curvas es más clara en Fermat que en Descartes, el trabajo de aquél es fundamentalmente un logro técnico que completa la obra de Apolonio y explota la idea de Vieta de la representación lineal. El método de Descartes es de aplicación universal y potencialmente aplicable también a las curvas trascendentes».

Es en la Teoría de Funciones donde el potente método cartesiano combinado con el cálculo infinitesimal, dará como fruto el extraordinario desarrollo de las matemáticas y de la física que se avecina. Isaac Newton, gran artífice de este desarrollo, podrá permitirse el lujo de no trabajar los «Elementos» de Euclides. Leerá directamente «La Geometrie» de Descartes y compartirá con éste el entusiasmo para-religioso en la creencia de poder resolver cuanto problema físico-matemático se le presentara.

Descartes y la geometría griega

Empezamos este escrito, aceptando el calificativo de «menor» para juzgar las habilidades técnicas de Descartes como matemático. Parecería pues contradictorio afirmar que su influencia sobre los matemáticos posteriores fue inmensa, y que con él empieza una nueva matemática, la matemática de la revolución científica y de la era moderna. Oswald Spengler, matemático de profesión y autor de «La decadencia de Occidente», «best seller» de los años veinte en Europa, en el capítulo primero titulado «Sobre los números», afirma: «...No hay una Matemática; hay muchas Matemáticas. Lo que llamamos Historia de la Matemática, supuesta realización progresiva de un ideal único e inmutable, es en realidad, si damos de lado a la engañosa historia superficial, una pluralidad de procesos cerrados en sí, independientes, un nacimiento repetido de distintos y nuevos mundos de la forma, que son incorporados, luego transfigurados y, por último, analizados hasta sus elementos finales; un brote puramente orgánico, de duración fija, una fluorescencia, una madurez, una decadencia, una muerte. No nos engañemos, el *espíritu antiguo* creó su matemática casi de la nada. El *espíritu occidental*, histórico, había aprendido la matemática antigua, y la poseía —aunque sólo exteriormente y sin incorporarla a su intimidad—; hubo, pues, de crear la suya modificando y mejorando, al parecer, pero en realidad aniquilando la matemática euclidiana, que no le era adecuada.

Pitágoras llevó a cabo lo primero; *Descartes* lo segundo».

Descartes rompe con los modos y los preceptos de la matemática de los griegos y especialmente rompe con el veto aristotélico a lo infinito.

Ciertamente, Descartes vive en una época convulsa en donde de un *mundo cerrado* se ha pasado a un *universo infinito*, en la que han desaparecido las certezas y en la que el escepticismo y la duda son la norma.

En una especie de huída hacia adelante, Descartes va a dudar de todo, excepto de las matemáticas y de Dios; ese Dios cristiano, dotado positivamente de los atributos de la infinitud, que le va a *garantizar*, los razonamientos claros y distintos que va a alcanzar con su Método, concebido a partir de las matemáticas, de las matemáticas de los griegos.

En la mentalidad griega no cabía la idea de infinito como perfección. Aristóteles niega rotundamente que la infinitud signifique perfección. Prefiere afirmar que Dios es inextenso y dejar la infinitud para la imperfección de la materia, en la que no se da nunca en *acto*, sino sólo en *potencia*.

Es *S. Agustín* (354-430 d.c.) quien primero se rebela contra el precepto aristotélico: «Todo número está caracterizado por su propiedad, así que dos cualesquiera son distintos. Por tanto los números son distintos, y tomados singularmente son finitos, y tomados todos juntos son infinitos. Dios, entonces, a causa de su infinitud los conoce todos. ¿Cómo sería posible que la ciencia de Dios conociese unos números e ignorase otros? ¿El que sostuviese ésto no sería un demente?» (*De Civitate Dei*).

Es previsiblemente por influencia agustiniana que Galileo en su «Diálogo sobre los máximos sistemas del mundo» (1632) escribe lo siguiente: «Al conocimiento se puede acceder de dos maneras: *intensiva* y *extensiva*. Extensiva, esto es en cuanto a la multitud de los inteligibles, que son infinitos, el conocimiento humano es como nulo; porque aún cuando comprendiese mil proposiciones, con respecto a la infinidad es como un cero ...Y tales son las ciencias matemáticas, la geometría y la aritmética, de las cuales el intelecto Divino sabe infinitas proposiciones, *porque las sabe todas*, pero de aquellas pocas comprendidas por el intelecto humano, creo que su entendimiento iguale a la divina en la certeza objetiva».

La vuelta a San Agustín es una característica de la época. Ante lo desastroso de la alianza con Aristóteles, se fragua un gran movimiento agustiniano católico. El *Oratorio* del Cardenal Berulle y el *jansenismo* de Port-Royal (Pascal, Arnauld) son una muestra de ello. Con ambas corrientes tuvo Descartes estrecha relación y son notorias las influencias agustinianas que tuvo en la concepción de su Método, que pretende comprender y resolver TODAS cuantas proposiciones se le presenten a su intelecto. Esto es lo que se le revela en aquella noche del 10 de noviembre de 1619, en un febril duerme-vela junto a una estufa de una pensión alemana. Empleará toda su vida en desarrollar esta idea.

Insistimos pues, en que el concepto que marca las diferencias entre la geometría griega y la geometría cartesiana es el de infinito.

Dice Koyré en sus «Entretiens sur Descartes»: «A la antigua lógica deductiva de Aristóteles, lógica de la clasificación y del concepto, lógica de lo finito, Descartes con sus *Reglas para la dirección del espíritu* le opone una lógica nueva, intuitiva, lógica de la relación y del juicio, basada en la primacía intelectual del infinito».

Finalmente, pensamos que otra fundamental diferencia en la concepción y finalidad de las dos geometrías, es su *utilidad*.

Descartes no acepta que el principal motivo de esa construcción mental que es la geometría, sea el del placer estético. Descartes exige un uso práctico de la misma. Hay numerosas referencias en su obra, que permiten hablar de esta exigencia que le impone a las matemáticas: *Servir al bien común*. Por una parte, es la osamenta de un *Método* con el que se conseguirá «bien conduire sa raison» en cualquier situación de la vida que se le presente al hombre. La vía «segura», el camino por el cual la mente humana pueda avanzar sin perderse en la selva sin límites de sus posibilidades. Por otra, es la herramienta indispensable para el logro del *progreso técnico*, que mejore las condiciones de vida de la humanidad.

Y todo ello para mayor gloria de Dios, garante de todo el proceso y pieza clave en todo el pensamiento cartesiano.

Terminaremos con una frase significativa al respecto extraída de su «Discurso del Método»:

«Es posible alcanzar un conocimiento que es muy útil en la vida y, en lugar de esa filosofía especulativa que se enseña en las escuelas, podemos encontrar una filosofía práctica mediante la cual, conociendo la fuerza y la acción del fuego, del agua, del aire, de las estrellas, de los cielos y de todos los demás cuerpos que nos rodean, tan nítidamente como conocemos el oficio de nuestros artesanos, podamos de la misma manera utilizarlos en todos aquellos usos para los que están adaptados y, por tanto, convertirnos en los dominadores y poseedores de la naturaleza».

BIBLIOGRAFÍA

ALQUIE, FERDINAND (1988): Descartes l'homme et l'oeuvre. Hatier.

BOYER, CARL (1987): Historia de la Matemática. Al. Universidad.

DESCARTES, RENE (1986): Discurso del Método, Dióptrica, Meteoros y Geometría. Traducción: Guillermo Quintás. Ediciones Alfaguara.

DESCARTES, RENE (1990): Reglas para la dirección del espíritu. Editorial Porrúa.

GARIN, EUGENIO (1989): Descartes. Editorial Crítica.

GONZÁLEZ URBANEJA, PEDRO (1992): Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII. Alianza Universidad.

KLINE, MORRIS (1992): El pensamiento matemático de la antiguedad a nuestros días. Tomo I. Alianza Universidad.

KOYRE, A. (1989): Del mundo cerrado al universo infinito. Ed. Siglo XXI.

KOYRE, A. (1944): Entretiens sur Descartes. Brentano's.

LIATKER, Y. (1990): Descartes. Editorial Progreso.