



GAUSS: MATHEMATICORUM PRINCEPS

MARIANO MARTÍNEZ PÉREZ
Facultad de Matemáticas.
Universidad Complutense. Madrid

I.- PRIMEROS AÑOS: INFANCIA Y ADOLESCENCIA. 1777 - 1795

Carl Friedrich Gauss nació el 30 de abril de 1777 en Brunswick, pequeña ciudad prusiana situada al norte de Alemania; al este y no muy lejos de Hannover. Brunswick estuvo integrada hasta 1806 (invasión napoleónica) en el ducado de Brunswick-Wolfenbüttelel.

Los Gauss, familia de agricultores pobres, habían emigrado unos 40 años antes del campo a la ciudad, instalándose en Brunswick y esforzándose laboriosamente hasta conseguir adquirir una casa dentro del recinto de la ciudad, condición indispensable para conseguir los derechos plenos de ciudadanía.



Las abundantes analogías que podemos encontrar entre Gauss y Newton empiezan tempranamente, ya en la infancia. Lo mismo que el débil y enfermizo Isaac estuvo a punto de morir poco después de su nacimiento, el pequeño Gauss se salvó casi milagrosamente de morir ahogado en un canal al que había caído cuando apenas tenía tres o cuatro años; un providencial viandante lo sacó por el cuello medio muerto, pero Gauss viviría hasta los 78 años, para mayor gloria de la ciencia alemana y universal.

En 1783 moría en San Petersburgo el gran Euler, cuando el pequeño Gauss, su «relevo» a la cabeza de la matemática, la astronomía y la física mundiales, contaba sólo 6 años de edad y nadie podía sospechar lo que el destino depararía a aquel «guaje».

Gauss asistió a la escuela primaria en su ciudad natal desde 1784 a 1788, donde tuvo la suerte de encontrarse con dos buenos maestros, que se dieron cuenta inmediatamente de las dotes del niño y lo atendieron con esmero. Uno de estos maestros, M. Bartels (1769-1836) sería más tarde profesor de matemáticas en Kazán, y amigo de Gauss toda su vida. De esta época data la conocidísima anécdota de la suma propuesta

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 = 5050$$

realizada casi instantáneamente por Gauss, acompañada del simple comentario «**Dar licht se!**» (¡Aquí está!).

En 1788, a los 11 años, comienza Gauss su enseñanza media (el tradicional «Gymnasium» alemán). Durante los cuatro años siguientes, hasta 1792, siguió una sólida enseñanza clásica de corte tradicional, con materias esencialmente humanísticas, latín (¡mucho latín!) y griego.

En 1791, a los 14 años, es presentado al duque Ferdinand de Brunswick-Wolfenbuttel, que le concede, por sus excepcionales aptitudes, una pensión para poder seguir sus estudios. La familia de Gauss era, por supuesto, incapaz de sufragar estos gastos. Esta generosa protección del duque Ferdinand duró desde 1791 hasta 1806, en que el ducado quedó destruido por la invasión napoleónica y muerto el duque. Gauss demostraría durante toda su vida una profunda gratitud tanto a éste como a otros protectores y mecenas.

Desde 1792 a 1795 estudió Gauss en el «Collegium Carolinum», una moderna academia gubernamental (sólo llevaba diez años funcionando). Se trataba de uno de los pocos colegios de élite en Alemania, y en él hizo Gauss algunos de los amigos de toda su vida. Entre las modernidades del Collegium Carolinum estaba una buena biblioteca, en la que Gauss pudo leer, en esos maravillosos años adolescentes devora-



dores de novedades, las obras de Arquímedes, de Newton (los dos únicos matemáticos a los que Gauss calificaría más tarde de «illustrissimus»), de Euler y de Lagrange. Se trataba, por supuesto, de una formación autodidacta (posiblemente la mejor que puede haber) como la que había tenido Newton y, en parte, Euler. Esto le dió a Gauss, a sus 18 años, una vasta y sólida formación matemática (y, como aconsejaba Laplace, «de los maestros directamente»).

Es probable que daten de finales de esta época las primeras investigaciones de Gauss sobre la distribución de los números primos y la conjetura del famoso «teorema de los números primos».

Gauss, cuya afición al manejo material de los números fue muy temprana, se entretuvo por esta época estudiando cómo se distribuían los números primos menores que 100.000, en una tabla publicada poco antes por J. Lambert.

Llamando $ff(x)$ al número de primos que hay menores o iguales que x , para x real positivo, es inmediato que $y = ff(x)$ es una función real de valores reales, «en escalera», con saltos de 1 exactamente cuando aparece un primo nuevo (no es, pues, ni diferenciable ni siquiera continua, que es lo menos que tiene que ser una función real decente y de buena familia); ¡No importa, pensaría el joven Gauss, ya la aproximaremos, ya!

Ingeniosamente deduce que «el cociente incremental» de $\pi(x)$ correspondiente a $\Delta x=1.000$ (¡que no tiende precisamente a cero!) se aproxima muy bien por la función $\frac{1}{\ln x}$

El cociente incremental anterior no es precisamente la «derivada» de $\pi(x)$, pero «por analogía» obtiene Gauss que

$$\pi(x) \approx \int_2^x \frac{dt}{\ln t} \stackrel{def.}{=} \lim(x)$$

Naturalmente, no cabe esperar que pase algo como

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi(x) - \lim(x)) = 0$$

pero quizás sí que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{\lim(x)} = 1$$



Tal conjetura efectivamente ocurre, y se le llama el «teorema de los números primos» formulado a veces en la forma equivalente

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n(x)}{x} = 1$$

Este bello teorema conjeturado quizás por Gauss hacia 1794, no se demostrará hasta 100 años más tarde, en 1896, por J. Hadamard y C. de la Vallée Poussin independientemente.

II.- ESTUDIOS EN LA UNIVERSIDAD DE GOTINGA: 1795 - 1798

En 1795 se traslada Gauss a la Universidad de Gotinga (en el principado de Hannover), donde permanecerá estudiando hasta 1798. Esta magnífica universidad estaba particularmente orientada a las ciencias, y los alumnos gozaban de gran libertad. Según Gauss mismo los profesores de matemáticas y de astronomía eran «poco competentes» (¡hay que reconocer que no resultaría nada confortable para ninguno de nosotros el tener como alumno a un Gauss, evidentemente!), como el caso de W. Kastner, el matemático historiador. Gauss inicia una gran amistad (tres años de convivencia y una correspondencia durante más de 50 años) con Farkas (Wolfgang) Bolyai, por quien conocemos el carácter reservado y modesto de Gauss en esa época. Por otra parte, Gauss sigue estudiando intensamente por sí mismo, como sabemos por la lista de libros sacados de la Biblioteca de la Universidad.

De 1796 datan otros dos de los primeros descubrimientos concretos de Gauss; la construcción del polígono regular de 17 lados con regla y compás y los comienzos de la teoría de progresiones aritmético-geométricas. Este mismo año de 1796 comienza a llevar Gauss una especie de breve «diario matemático», el Tagbuch, que durará (con largas pausas) hasta 1814, en el que irá registrando hasta 146 descubrimientos, a veces en forma cabalística e indescifrable. Este «Diario» se descubriría sólo en 1898 en manos de un nieto de Gauss.

En 1798 Gauss abandona la Universidad de Gotinga sin llegar a graduarse, sin que sepamos el por qué de tan extraño comportamiento, y regresa a Brunswick con tal cantidad de ideas en la cabeza como para trabajar durante 25 años por lo menos. Es probable que las razones de su marcha de Gotinga no tenga otras razones que las de que Gauss terminó por aburrirse, porque «allí ya no podía aprender más».



III.- ESTANCIA EN BRUNSWICK: 1798 - 1807

En 1798 regresaba Gauss de Gotinga a Brunswick, donde pasaría los siguientes nueve años de su vida, hasta 1807 en que se instalaría definitivamente en Gotinga.

El 16 de junio de 1799, y a petición del duque Ferdinand, presenta Gauss su tesis doctoral en la pequeña universidad de Helmstedt (de Brunswick), doctorándose in absentia, es decir sin realizar la defensa oral de la tesis. El director, al menos formal, de la tesis fue Pfaff. El título de la tesis era: «*Demonstratio novem theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*».

Este problema llamado hoy Teorema Fundamental del Álgebra había sido abordado muchas veces antes de Gauss (véase Outerelo Bibl., 5). Los últimos intentos serios, que constituyen demostraciones «rigurosas» aunque no completas, se deben a D'Alembert (1746), Euler (1749), Foncenex (1759) y Lagrange (1772). Especialmente interesante es el teorema de D'Alembert de que si el módulo de un polinomio de coeficientes complejos no se anula para un valor a de la variable, entonces para otro valor próximo b toma un valor más pequeño. Un sencillo argumento de compacidad permite completar la demostración.

Gauss dio cuatro demostraciones distintas del Teorema Fundamental del Álgebra a lo largo de su vida (en 1797, 1815, 1816 y 1849). En la primera demostración evita el uso explícito de los complejos y utiliza argumentos de tipo topológico (que no demuestra) sobre intersecciones de curvas. En la segunda demostración, basada en una idea de Euler, utiliza curiosamente la propiedad de los reales de que toda ecuación de coeficientes reales y de grado impar tiene una raíz real, que iba a ser casi 250 años más tarde uno de los axiomas de los cuerpos realmente cerrados de Tarski.

La tercera demostración se basa ya de manera directa en el análisis e integración en el campo complejo, mientras que la cuarta, preparada expresamente para la celebración de las bodas de plata de su doctorado, es sólo una modificación de la primera.

En 1801 publica Gauss en Leipzig su obra fundamental, las «*Disquisitiones Arithmeticae*». Leipzig era entonces el centro del comercio del libro alemán, y la obra tuvo una rápida difusión. En realidad, Gauss la tenía terminada desde hacía casi dos años, pero quiso que su traducción al latín fuera cuidadosamente revisada.

Inmediatamente después de la publicación de las «*Disquisitiones*», Gauss se va a ver fuertemente motivado por problemas astronómicos. El interés de Gauss por la astronomía no era nuevo, sino que procedía de sus años de estudio en Gotinga, pero se concretó con los consejos de Zach (en Seeberg).



IV.- EL «AFFAIRE» DE LOS ASTEROIDES CERES Y PALLAS: 1801 - 1802

Hacia 1800, el último hecho revolucionario en astronomía había sido el descubrimiento de Urano por Herschel en 1781. El seguimiento de Urano había sido fácil porque su órbita era casi circular.

El uno de enero de 1801 el astrónomo italiano J. Piazzi, de Palermo, descubrió lo que creyó un nuevo planeta (de 8ª magnitud, que sería llamado más tarde Ceres). Se convence de que no es un cometa y consigue seguirlo durante 41 días, lo que significa nueve grados de arco en la esfera celeste. Como el ambiente era favorable al descubrimiento de un nuevo planeta, se publican rápidamente cálculos de órbitas para Ceres. Entre ellas estaban las de Zach y de Gauss. La órbita calculada por Gauss era bastante distinta de las demás, es decir, bastante más excéntrica. Casi exactamente un año después fue encontrado por Zach (7-XII-1801) y Olbers (1-I-1802) muy cerca de donde había anunciado Gauss. De los cientos de asteroides hoy conocidos, Ceres es el más grande, con unos 850 kms. de diámetro.

El prestigio del joven Gauss (24 años) entre los astrónomos se extendió inmediatamente, siendo invitado a dirigir el observatorio de San Petersburgo, cosa que no se concretó.

EL 28 de marzo de 1802 Olbers descubre en Bremen el segundo asteroide, Pallas. Era un caso difícil, porque su órbita tiene una inclinación de 35 sobre la eclíptica. Gauss calculó de nuevo la órbita, aunque con grandes dificultades en este caso. Pallas tiene un diámetro de unos 500 kms.

En el verano de 1802 Gauss visita a Olbers y en 1803 a Zach, entablando una larga amistad, sobre todo con Olbers.

Estos hechos revolucionarios en la astronomía (recuérdese que recientemente Hegel había anunciado que no podía haber más planetas que los conocidos) pusieron de moda a esta ciencia entre los políticos, y así se proyectaron observatorios astronómicos en Brunswick y en Gotinga.

Los métodos originales de Gauss para el cálculo de órbitas y de las perturbaciones de estas mismas órbitas por otros planetas, parecen haber sido bastante «empíricos» y «heurísticos», a base de mucho cálculo (recuérdese la gran facilidad de Gauss para hacer cálculos complicados), pero lo cierto es que hasta 1809 no publica nada al efecto.

En 1804 conoce Gauss, a través de Olbers, a Bessel, al que le unirá también una larga amistad. Este mismo año señala los primeros contactos epistolares de Gauss con Sophie Germain. Sophie se había procurado y literalmente devorado el libro de las «Disquisitiones», y repitiendo su estrategia para contactar con Lagrange, es decir



fingiéndose hombre y firmando sus cartas con el mismo pseudónimo de Antoine Leblanc, se dirigió a Gauss, con el que sostuvo una correspondencia que duró al menos hasta 1807. Vale la pena quizás pararse un momento para recordar el aspecto humano de cómo se deshizo este engaño. A Sophie le había producido gran impresión la lectura del fin de Arquímedes a manos de un soldado invasor romano, y temía que la historia se repitiese con su admirado Gauss. En consecuencia, y dado que su situación social se lo permitía, se dirigió a uno de los generales franceses que participaban en la invasión de Alemania, para rogarle que cuidase de la seguridad de Gauss. Cuando este militar se presentó a Gauss diciéndole que venía enviado por una dama noble francesa para velar por su seguridad, Gauss quedó perplejo porque sólo conocía a la mujer de algún astrónomo francés. No tardó en deshacerse el equívoco, y la dama resultó ser el notable matemático Antoine Leblanc. Gauss agradeció a Sophie su protección y elogió su capacidad matemática en párrafos de cartas que no eran frecuentes en Gauss. Dicho sea de paso, Sophie Germain había nacido exactamente una año antes que Gauss y moriría en 1831, unos meses antes de que Gauss consiguiera la auténtica hazaña de que la universidad de Gotinga la nombrase doctor «honoris causa».

En 1805 se inician las negociaciones que conducirían dos años más tarde a su traslado definitivo a Gotinga. Gauss había recibido ofertas anteriores de diversas universidades, principalmente la de Berlín, apoyada enérgicamente por Alexander von Humboldt, el gran viajero, geógrafo y humanista alemán, admirador de la Revolución Francesa, que no se concretaron en nada. En las negociaciones con Gotinga tuvo un papel protagonista su amigo Olbers.

Este mismo año de 1805 se casa Gauss con Johanna Osthoff, de la que, según cartas a Bolyai, parece profundamente enamorado. Johanna provenía de un nivel cultural inferior al de Gauss, pero parece haber tenido una personalidad, independencia y seguridad en sí misma que fueron muy importantes para él.

Octubre de 1806 fue un mes aciago para Prusia. Ante los ataques franceses, el duque Ferdinand protector de Gauss y veterano soldado, delegado por los pequeños principados alemanes intenta una alianza con Rusia contra Napoleón. Ante el fracaso de estas negociaciones él mismo, a sus 70 años, encabeza las tropas prusianas que se van a enfrentar a Napoleón. Derrotado el ejército prusiano en Jena y herido el duque, que morirá días más tarde, desaparece el reino de Hannover, convertido ahora en el reino de Westphalia bajo control francés (sólo de 1806 a 1814, en que, con la derrota de Napoleón volverán a reaparecer el reino de Hannover y otros pequeños estados alemanes). Estos ocho años suponen una extraña mezcla de ideas liberales de la Revolución Francesa con el odioso absolutismo napoleónico. En general, la evolución



política a partir de 1814 supuso una reacción a posturas conservadoras, casi feudales y a los orígenes del nacionalismo alemán.

V.- EL TRASLADO A GOTINGA

Durante los últimos 4 o 5 años de estancia en Brunswick Gauss había recibido diversas invitaciones de universidades para trasladarse a ellas, una de las cuales era Gotinga. Olbers hizo continuos esfuerzos en conseguir que Gauss eligiera ésta última. Al final, en 1807, Gauss se decide por ella, con la condición de que se construya en ella un nuevo observatorio, y que él, a pesar de depender de la Universidad, no tenga que impartir apenas enseñanza en cursos regulares.

En general, y salvo la pequeña anécdota que vamos a narrar, Gauss fue bien y generosamente tratado. La anécdota a la que nos referimos es la de que, en 1808, al año siguiente de instalarse Gauss en Gotinga y sin haber cobrado ni un sólo sueldo, decidieron las autoridades francesas imponer a los ciudadanos alemanes un «impuesto de guerra» o «multa política», por la cual Gauss debía pagar 2.000 francos. Esta suma estaba, por supuesto, muy por encima de lo que Gauss podía pagar, pero correspondía a la de un profesor de universidad. Sin que pidiese ayuda a nadie, se ofrecieron a pagarla Lagrange y Olbers de manera independiente, pero Gauss rechazó el ofrecimiento. Al final pagó el dinero un desconocido que resultó ser un noble y obispo de Frankfurt, y a hechos consumados Gauss no tuvo más remedio que aceptar. Estos signos de la popularidad de Gauss no hicieron más que aumentar, y así, en 1810, recibe un premio del Instituto de Francia; Gauss rechaza el premio en metálico pero acepta la medalla y un reloj astronómico, regalo de Sophie Germain.

1809 marca un hito particularmente triste en la vida de Gauss. A sus 32 años y después de cuatro de matrimonio muere su primera mujer Johanna Gauss, con la que tuvo tres hijos, y con la que pasó quizás la época más feliz de su vida según sus cartas. Con dos niños pequeños a su cargo (el tercero moriría poco meses después de su madre) Gauss se apresura a contraer nuevo matrimonio, cosa que hará en 1810 con Minna Waldeck, hija de un profesor de derecho de Gotinga, con la que tendrá otros tres hijos.

Una de las condiciones implícitas en el traslado de Gauss a Gotinga, como hemos dicho, había sido la construcción de un futuro nuevo observatorio astronómico. En efecto, entre 1810 y 1815 se construyó y se dotó de aparatos científicos este nuevo observatorio. No dejó de haber dificultades porque el reino de Westphalia dejó de existir en 1814, pero al final Gauss tuvo su observatorio.

El contrato de Gauss implicaba que su puesto estaba ligado a la universidad,



pero consiguió que casi se le eximiera totalmente de dar cursos regulares. Parece claro que a Gauss no le interesaba la enseñanza «burocrática» (según se le atribuye: «Los buenos alumnos no necesitan al profesor; los malos tampoco»). Pero a Gauss sí le interesaron los pequeños grupos de discípulos en el observatorio, siempre que estuvieran muy interesados, pensaran por su propia cuenta y fueran suficientemente inteligentes (¡así cualquiera!). Los primeros discípulos que recibe Gauss son Schumacher (que realmente era un abogado interesado por la astronomía), Gerling, Möbius, etc. Con algunos de ellos mantendría correspondencia toda su vida.

Puede ser oportuno hablar, en este contexto, del estilo literario-científico de Gauss. Se ha hecho famoso su lema «*Pauca sed matura*» (poco pero maduro), que practicó a lo largo de toda su vida. En los papeles manuscritos el estilo de Gauss es más distendido, con relativa abundancia de motivaciones, pero en los libros y artículos publicados (sobre todo los que están en latín, que hacía repasar meticulosamente) destaca la perfección lógica en perjuicio a veces de las motivaciones. El ideal de Gauss era sobre todo que nada sobrase; esto, unido a la perfección lógica, nos hace recordar sin remedio a Arquímedes. Puede citarse aquí una anécdota de Abel referida a Gauss: Abel solía despotricar contra el «viejo zorro» que va borrando con la cola las huellas y motivaciones que le han llevado a sus resultados.

Gauss criticó a veces con dureza, tanto en privado como en sus cartas a matemáticos tan famosos como Lagrange, Legendre, Delambre y otros por su imprecisión, escaso rigor y su superficialidad.

En 1809 publica Gauss en Hamburgo su libro «*Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solem Ambientium*». El mismo año había publicado un escrito muy anterior sobre el mismo tema, en el que expone sus métodos originales para el cálculo de órbitas celestes, es decir, los que utilizó en 1801 y 1802 para los asteroides Ceres y Pallas. Así sabemos que estos métodos eran más bien empíricos y calculísticos, con importantes elementos heurísticos en definitiva. En cambio en la «*Theoria Motus*» los métodos son ya refinados y teóricos. La obra, no muy extensa, trata de la determinación de órbitas de planetas y cometas basadas en un número mínimo de observaciones. Gauss estudió también aquí las perturbaciones de las órbitas (principalmente debidas a Júpiter) por el método de los mínimos cuadrados y mediante series, de potencias o trigonométricas (como había hecho ya Laplace), de convergencia rápida (¡faltaban casi veinte años para que se diese la definición de serie convergente!), para las que bastaba usar los primeros términos.

En el libro I se presenta el material preliminar sobre los «parámetros» de una órbita, calculándola a continuación a partir de varias observaciones. Curiosamente,



además de las consabidas series de potencias usa Gauss fracciones continuas truncadas en los primeros términos, para sus aproximaciones.

En el libro II, Sección 1, presenta Gauss fórmulas muy complicadas para el cálculo de órbitas basadas en muy pocas observaciones. Esto le lleva a cálculos muy largos (a los que nunca temió Gauss), pero con la notable ventaja de que el aparato matemático es sólo de álgebra y de trigonometría esférica (¡parecen polinomios hasta de grado 8!). En la Sección 2 se estudia el caso en que la órbita casi coincide con la eclíptica y sólo se disponga de dos o tres observaciones. En la importante Sección 3 se expone con detalle el método de los mínimos cuadrados. En la Sección 4 y última se trata de las perturbaciones de órbitas elípticas, cálculo de las masas de los planetas y las inevitables Tablas numéricas. Hay que destacar que en la «Theoria Motus» no trate ya Gauss de las órbitas parabólicas, que habían sido resueltas sistemáticamente por Olbers y por él mismo. La «Theoria Motus» alcanzó un éxito formidable e inmediato en toda Europa.

De esta época son también las investigaciones de Gauss, publicadas sólo póstumamente, sobre el viejo tema de las medias aritmético-geométricas (que, curiosamente, también habían asomado la oreja al calcular las complicadas perturbaciones de Pallas) y las «integrales elípticas». Gauss trabaja aquí casi siempre en el campo real, pese a conocer muy bien la integración en el campo complejo, pero aún así adelanta muchos resultados de Jacobi y de Abel. Ante las publicaciones de Abel, Gauss se congratula mucho de que éstas le permiten pasar de pulir y publicar muchos de sus resultados.

VI.- GEODESIA Y GEOMETRÍA. 1818 -1838

La década 1818 - 1828 es una de las más atareadas de la vida de Gauss, sobre todo en actividad física (Gauss tiene entonces de 40 a 50 años). A instancias de Schumacher, entonces en Dinamarca, y con gran entusiasmo de Gauss, que apoya la propuesta, se inician los monumentales trabajos de triangulación y levantamiento geodésico del reino de Hannover. La gran cantidad de reducciones al nivel del mar, mediciones angulares necesarias, etc., suponen para Gauss varios veranos de molestias y dificultades «de campo», entre las que no faltan las discusiones con obtusos campesinos para cortar unos árboles que impiden la visión en terreno muy llano.

Como resultado de estos trabajos publicó Gauss dos importantes obras de geodesia a la vez teórica y práctica. No resulta arriesgado suponer que Gauss tenía la intención de escribir un gran tratado de geodesia teórica o matemática, pero lo cierto es que nunca lo escribió.



Las bases de todos los trabajos geodésicos (aparte de la misma masa monumental de información numérica) son: a) el ya conocido método de reducción de errores de los mínimos cuadrados, y b) la «representación conforme» de la superficie del elipsoide sobre la de la esfera (mediante funciones complejas), lo que le permite trabajar con trigonometría esférica normal en lugar de sobre el elipsoide directamente. Gauss obtiene seis fórmulas de aplicación totalmente mecánica, mediante tablas ad hoc que él mismo calculó.

Como importantísimo «subproducto» de sus trabajos geodésicos, de tipo tan «práctico» y utilitario, publicó Gauss en 1828 una de sus obras fundamentales de matemática pura: las «*Disquisitiones generales circa superficies curvas*». Se trata de una memoria relativamente breve (poco más de 40 páginas) pero en ella se introduce por vez primera la verdadera geometría diferencial «intrínseca» de las superficies, la «curvatura íntegra» y la «métrica local», que conducirá, 25 años más tarde, a la geometría de las variedades n -dimensionales de Riemann, y un siglo más tarde, a las variedades diferenciables generales.

Por lo que se refiere a las relaciones de Gauss con la aparición de las geometrías no-euclídeas, podemos decir que nunca publicó nada (alegando ese temor tan «newtoniano» a las disputas extracientíficas). Documentos importantes son, sin embargo, las cartas intercambiadas con su viejo amigo Farkas Bolyai en 1831 y 1832, en las que Bolyai comunica entusiasmado a Gauss el descubrimiento de su hijo Janos, y la famosa respuesta de Gauss.

En 1846, cuando Gauss lee las traducciones al alemán de los trabajos de Lobatchewski (1841 - 1846) los aprobó y elogió en carta a Schumacher, afirmando que hace 50 años que está convencido de la coherencia lógica de la geometría no-euclídea, pero lo cierto es que la primera referencia concreta que tenemos es en una recensión de un libro hecha por Gauss en 1816. A Gauss parece haberle interesado más que el aspecto filosófico del problema, el aspecto físico: ¿cómo es realmente el espacio físico? A título de curiosidad, después de conocer los trabajos de Lobatchewski, Gauss volvió a ponerse a estudiar ruso y a leer literatura en esta lengua.

En 1830 Gauss tiene graves problemas con uno de sus hijos, que acaba por emigrar a Estados Unidos y desaparecer de su vida. Al año siguiente, 1831, muere su segunda esposa Minna Gauss y comienza una mala época para Gauss, de la que pocas cosas contribuyen a sacarle y distraerle. Una de ellas fue su estrecha colaboración con el joven físico Wilhelm Weber a quien Gauss lleva a Gotinga en 1831. Juntos llevan a cabo gran cantidad de trabajo experimental sobre capilaridad y fuerzas moleculares, teoría del potencial electrostático y magnético (usando funciones esféricas e integración compleja). Entre 1832 y 1840, a instancias de Alexander von Humboldt



se dedica Gauss a estudios y experimentos sobre el magnetismo terrestre. Una de sus últimas obras fue un atlas de geomagnetismo.

El año 1838 la situación política se complicó en Gotinga contra el nuevo rey, que había osado anular la constitución en vigor. Siete profesores de la Universidad se mostraron formal y explícitamente contra el rey. Los siete fueron fulminantemente expulsados de la Universidad y desterrados. Entre ellos estaban Wilhelm Weber y un orientalista yerno de Gauss. Al parecer, los contestatarios esperaban que Gauss se les uniría al fin, lo cual habría cambiado sustancialmente la situación, pero Gauss no hizo nada en principio (más tarde intentaría levemente interceder pero sin éxito alguno). El comportamiento conservador de Gauss en estos hechos ha sido duramente criticado, seguramente con toda razón, pero como hace notar Buhler, tenía ya 61 años y lejana la juventud.

VII.- LOS ÚLTIMOS AÑOS: 1838 - 1855

A partir de los sucesos de 1838, nuestra imagen de Gauss aparece cada vez con menos claridad. La correspondencia más frecuente durante esta época es con Schumacher. Por ella sabemos que Gauss sigue muy activo en sus observaciones astronómicas y magnéticas.

También renace en esta época el interés de Gauss por las lenguas extranjeras. Después de dedicarse algún tiempo al sánscrito, volvió al ruso, interesándose siempre por la literatura inglesa.

Los años que siguieron a la marcha de Weber, casi un hijo para él, fueron especialmente desdichados para Gauss. En 1839 y 1840 muere su anciana madre, su nieta predilecta, su amigo Olbers, y pocos años después Bessel. Su salud empeora por épocas.

En su vejez, recuperó Gauss el interés por la enseñanza, y disfrutó dando clases a unos pocos alumnos brillantes, como M. Cantor y R. Dedekind, entre otros. A pesar de que sus intereses se centran principalmente en astronomía y en matemática aplicada (por ejemplo, el tan citado método de los mínimos cuadrados), Gauss reacciona inmediatamente de manera favorable a las primeras publicaciones de Lobatchewski sobre geometría no euclídea. El estilo oscuro, difícil y casi ininteligible de Lobatchewski hizo que casi ningún matemático las tomara en consideración; Gauss, con cuyas viejas ideas sintonizaban perfectamente, les prestó gran atención y se hizo eco de ellas en su correspondencia.

En 1849 la Universidad de Gotinga celebró las «bodas de oro» de la tesis doctoral de Gauss (puesto que la Universidad de Helmstedt había sido cerrada años atrás),



para la que Gauss envió una nueva versión, la cuarta y última, de su demostración del teorema fundamental del álgebra. Esta se diferencia poco de la primera en sus líneas generales, pero destaca el uso sistemático del plano complejo, que no había sido mencionado explícitamente en la primera (a pesar de ser usado «implícitamente»).

Una de las últimas y más curiosas investigaciones aplicadas de Gauss, a instancias de los dirigentes de la Universidad de Gotinga, fue la de hacer un estudio minucioso y concienzudo del sistema de pensiones para viudas de profesores de la Universidad. El sistema en vigor estaba casi en quiebra, y Gauss utilizó tablas de mortalidad, matemática del seguro, etc. En seis años de trabajo, desde 1845 a 1851, Gauss elaboró un estudio en el que, sorprendentemente concluía que era posible incluso elevar las pensiones, si se invertían bien los fondos y se administraban correctamente.

En conexión con ésto último cabe comentar que Gauss, a lo largo de la segunda parte de su vida, invirtió regularmente su dinero en acciones u otro tipo de valores, tanto privados, normalmente de empresas ferroviarias, como de los gobiernos. En estos negocios especulativos casi siempre tuvo razonables beneficios, a pesar de que según nos consta por su correspondencia no acostumbraba pedir consejo al efecto a nadie. Una curiosa excepción a esta tradición de inversionista hábil se produjo en 1844, en que Gauss compró un paquete importante de acciones de una compañía ferroviaria del norte de Alemania. A los pocos meses las acciones perdieron el 90 % de su valor al publicarse leyes que permitían al gobierno nacionalizarla en cualquier momento. Sabemos que Gauss agarró un cabreo monumental, lamentándose en una de sus cartas de que fuesen empresas cristianas y no judías (como cabía esperar, al parecer) las autoras del desaguizado.

A mediados de 1854 Riemann pidió presentar y leer su disertación para obtener la venia legendi de la Universidad de Gotinga. Gauss formaba parte del tribunal y eligió como tema a desarrollar por parte del examinando el segundo de los tres propuestos (contra la costumbre y la esperanza de Riemann de que el primero sería el elegido). Gauss no parece haber hecho ningún comentario público importante sobre el tema expuesto por Riemann, pero Weber nos informa de que Gauss regresó a su casa sumamente excitado y que no paraba de elogiar la importancia del trabajo de Riemann. Sin duda Gauss comprendió perfectamente las amplias perspectivas que abrían para la geometría las revolucionarias ideas de Riemann, que en tanto se parecían a viejas ideas suyas. Sin embargo Gauss se encontraba ya demasiado viejo para intentar desarrollarlas.

Después de medio año inmovilizado en su casa por la enfermedad, Gauss murió el 25 de febrero de 1855 y fue enterrado en Gotinga con grandes honores. Uno de los



que llevaron el féretro era un joven matemático de 24 años llamado Richard Dedekind. Se cumplía así simbólicamente el inevitable paso de la antorcha del saber matemático de la vieja a la joven generación.

En homenaje a tan gran figura científica, el rey Jorge V de Hannover ordenó acuñar una medalla conmemorativa de la muerte de Gauss con la leyenda famosa de «*Mathematicorum Princeps*», que más propiamente hubiera debido leerse ya «*Mathematicorum Rex*».

VIII.- BIBLIOGRAFÍA

- 1.- BELL, E. T.: «*Men of Mathematics*» (Simon and Schuster, New York, 1937)
- 2.- BUHLER, W. K.: «*Gauss ; A Biographical Study*» (Springer, New York, 1981)
- 3.- DUNNINGTON, G. W. : «*C. F. Gauss, Titan of Science*» (New York, 1955)
- 4.- GAUSS, C. F. : «*Mathematisches Tagebuch : 1796 -1814*» (Akademische Verlag, Leipzig, 1981)
- 5.- OUTERELO, ENRIQUE: «*Historia de la Teoría de los Grados Topológicos de Brouwer - Kronecker y de Leray - Schauder*» (Seminario de Historia de la Matemática; Curso X: 1987-1988 Madrid (inédito))
- 6.- REICH, KARIN: «*Carl Friedrich Gauss : 1777 / 1977*» (Heinz Moos Verlag, Munich, 1977)

IX.- ÍNDICE

- I.- Primeros años: Infancia y adolescencia. 1777 - 1795.
- II.- Estudios en la Universidad de Gotinga: 1795 - 1798.
- III.- Estancia en Brunswick: 1798 - 1807.
- IV.- El «affaire» de los asteroides Ceres y Pallas: 1801 - 1802.
- V.- El traslado a Gotinga: 1807.
- VI.- Geodesia y Geometría: 1818 - 1838.
- VII.- Los últimos años: 1838 - 1855.
- VIII.- Bibliografía.
- IX.- Índice