LOS DISCURSOS SOBRE DOS NUEVAS CIENCIAS

Enrico Giusti
Università di Firenze

INTRODUCCIÓN

Las vicisitudes editoriales de los *Discursos* son bastante conocidas como para que tengamos ahora que recordarlas[1] con detalle una vez más. Galileo comenzó a reordenar el material, que había acumulado desde los primeros años del siglo, inmediatamente después de su regreso a Florencia tras su desafortunada estancia en Roma y de haberlo sistematizado en su «cárcel de Arcetri», ayudado en esta tarea por sus discípulos Niccolò Arrighetti y Mario Guiducci, que transcribieron no pocos de sus apuntes. Al mismo tiempo él entablaba una serie de relaciones epistolares, con vistas a la publicación del volumen que andaba elaborando, con Fulgenzio Micanzio en Venecia, con Pierre de Carcavy en Tolosa, con Giovanni Pieroni en Alemania y con Roberto Galilei en Lyón.

Ninguna de estas iniciativas hubo de llegar a buen fin, bien porque la obra no estaba todavía ultimada, o bien, sobre todo, por la prohibición de la Inquisición «de editis omnibus et edendis» a la que muy pronto debieron enfrentarse Micanzio y Pieroni.

[1] Para una exposición mas detallada se podrá consultar la introducción de A. Favaro al octavo volumen de las *Opere* de Galileo (Edizione Nazionale, Giunti-Barbera, Florencia 1968) o, al menos, la introducción de A. Carugo y L. Geymonat a la edición de los *Discursos*, Boringhieri, Turín 1958.

Por otra parte, fue el mismo Galilei quien truncó estas tentativas, y en particular la de Pieroni, tras los contactos que Ludovico Elzevier había mantenido primero en Venecia con Fulgenzio Micanzio y después directamente en Arcetri con Galileo, y que debían llevar a la imprenta los *Discursos* en la famosa tipografía de Leyden. En septiembre de 1636 llegan a Holanda las dos primeras jornadas (que Galileo había terminado y enviado el año anterior por carta a varios de sus amigos, entre los que se encontraban Micanzio y Pieroni) junto con la tercera y la cuarta, éstas, sin embargo, incompletas, ya que carecían de la parte referida al movimiento de los proyectiles, que por la prisa no se había podido mandar a copiar. Sobre esta última parte Galileo trabajará todavía algunos meses, y, de hecho, la mandará a Venecia junto con el apéndice sobre el centro de gravedad de los sólidos en junio del año siguiente, cuando ya comenzaban a llegar de Leyden los primeros folios impresos de los discursos.

La impresión concluyó en julio de 1638, y en diciembre llegan los primeros ejemplares a Roma. Galileo no consiguió sus volúmenes hasta junio del año siguiente, cuando el libro ya circulaba en Italia y en el extranjero.

No consta que la publicación de la obra, a pesar de la prohibición de la Inquisición, ocasionase problemas a su autor; indicio acaso de un cierto debilitamiento en el rigor de la condena (que, aunque se produjo, no eximió a Galileo, de todas formas, del confinamiento hasta el fin de sus días) o más probablemente del hecho de que las materias tratadas no eran relevantes en el terreno de la fe. Desde luego, a pesar de las repetidas alusiones a la composición de la materia y las claras profesiones de atomismo, la obra pudo circular sin particulares problemas y llegó a reimprimirse en todas las ediciones de las obras de Galileo.

LA ESTRUCTURA DE LOS DISCURSOS

Las dos nuevas ciencias anunciadas en el título, la mecánica y los movimientos locales, ocupan cada una dos jornadas, la primera de las cuales se agota en continuas digresiones sobre las más variadas materias, entre las cuales ocupan el primer lugar los átomos y el vacío. Sólo a partir de la segunda jornada dan paso los «discursos» a las «demostraciones matemáticas», con el tratamiento de la resistencia de los materiales. Vienen a continuación las dos jornadas dedicadas al movimiento acelerado: la tercera al movimiento de los graves y la cuarta al de los proyectiles. Al final del volumen se encuentra añadido un tratado acerca del centro de gravedad de los sólidos, que Galileo había compuesto en su juventud, pero que había permanecido inédito, eclipsado (es el propio Galileo quien lo dice) por *Sobre el centro de gravedad de los sólidos* de Luca Valerio.

En realidad, Galileo había comenzado a trabajar en otras dos jornadas que en su proyecto debían añadirse a las ya editadas: la quinta sobre la teoría de las proporciones, la sexta sobre la fuerza de percusión (*percossa*). Se trata de dos temas muy significativos: por una parte, la teoría de las proporciones es el lenguaje que unifica toda la estructura matemática del volumen; lenguaje obligado para una indagación cuantitativa de las leyes físicas. Galileo, aunque dominaba por completo las sutilezas de la teoría eudoxiana contenida en los *Elementos* de Euclides, la consideraba demasiado compleja y no suficientemente eficaz para sus proyectos, y se propone sustituirla con una nueva sistematización. Sobre este tema volverán a tratar muchos de los componentes más importantes de la escuela galileana[2].

Pero también el tema de la otra jornada, la fuerza de percusión, ocupa un lugar central en las especulaciones de Galileo, no sólo por su interés intrínseco, sino también (y quizá es lo más importante) porque hará falta hacer referencia a la percusión para precisar uno de los puntos más delicados del análisis del movimiento acelerado: la velocidad instantánea.

Las dos jornadas ya no llegarán a añadirse a las publicadas. Si en cuanto a la teoría de las proporciones probablemente le faltaron fuerzas para llevar a término un trabajo ya esbozado en sus líneas fundamentales, Galileo no acertará a encontrar la clave para afrontar correctamente el problema del impacto, que trató de describir (imitado en esto por Torricelli que retomó sus sugerencias) confrontándolo con el efecto de un peso. Esas dos jornadas se publicaron por separado muchos años después, en 1675 la quinta, y la sexta en 1718, en la segunda edición de las *Obras*.

LA RESISTENCIA DE LOS MATERIALES

En tanto que la tercera y la cuarta jornada, y en muchos aspectos también la primera, han sido objeto de un minucioso análisis, ha habido muy pocos estudios dedicados a la segunda jornada, en la cual funda Galileo la teoría de la resistencia de los materiales. Las razones de esta diferencia tan notable son, como siempre, múltiples: por una parte, a diferencia del movimiento de los graves, sobre cuya teoría disponemos de una gran cantidad de documentos que nos permiten seguir la evolución en sus detalles principales, la teoría de la resistencia de los materiales procede toda entera de las páginas de los *Discursos*; como si se hubiese compuesto de golpe preparada ya para la imprenta: no contamos ni con estudios preparatorios de ella, ni con esbozos, ni con pruebas, a partir de las cuales podamos reconstruir el camino que ha llevado a la formulación final.

A esto hay que añadir que la teoría que Galileo diseña en la segunda jornada es en muchos aspectos definitiva: se acomete el argumento y se resuelve por completo, sin ambigüedades y sin forzarlo. Sólo habrá que desarrollar los temas

[2] Sobre este tema véase mi *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Bollati Boringhieri, Turín, 1993.

a partir de los fundamentos que ha elaborado Galileo y corregir algunos puntos técnicamente importantes, pero marginales desde el punto de vista científico y filosófico. En una palabra, nada de la tensión que recorre toda la teoría del movimiento está presente en estas páginas de claridad meridiana.

Sin embargo, la teoría que Galileo ofrece al lector es de gran importancia no sólo y no tanto por los resultados obtenidos, sino, sobre todo, porque con ella se cierra de manera definitiva el periodo de la empiria en la ciencia de los materiales y, en particular, en las construcciones.

Antes de Galileo, el instrumento principal del constructor (ya sea el arquitecto que edifica una casa o el ingeniero que construye un barco) es el modelo. El modelo a escala es lo que permite prever el producto final, al evaluar a priori las características estructurales, estéticas, económicas, y lo que sirve después de guía para la construcción efectiva. Una vez construido y aceptado el modelo, se trataba después sólo de imitar cuidadosamente su forma respetando las debidas proporciones. Este antiquísimo método de construcción había funcionado durante siglos y se seguía considerando el más fiable y seguro.

Sin embargo, no carecía de inconvenientes, ya que, al aumentar las dimensiones de la construcción, más de una vez había sucedido que edificios y máquinas perfectamente sólidos en el modelo se revelaban después, una vez construidos a gran escala, débiles e inseguros, si es que no se derrumbaban antes incluso de estar terminados. Los *Discursos* se hacen eco de esta paradoja que los técnicos del arsenal veneciano conocían muy bien:

> *«que en estas y otras máquinas semejantes no conviene aplicarles a las grandes los argumentos obtenidos de las pequeñas, ya que muchos diseños de máquinas funcionan a pequeña escala, y después a gran escala no se sostienen».*

Efecto que a primera vista parece imposible de explicar, ya que,

> *«siendo así que todas las razones dè la mecánica tienen sus fundamentos en la geometría, en la cual no veo que la grandeza o la pequeñez hagan que los círculos, los triángulos, los cilindros, los conos, y cualesquiera otras figuras sólidas estén sujetos a distintos condicionantes en uno y otro caso. Cuando la máquina grande se ha fabricado en todos sus componentes conforme a las proporciones de la menor, la cual es válida y resistente para el ejercicio al que está destinada, no alcanzo a ver por qué ella ahora no es invulnerable a los accidentes, siniestros y destructivos, que le pueden sobrevenir»*[3].

[3] *Opere* VIII, p. 50.

La contraposición entre mecánica y geometría chirriaba tan fuerte, que, en general, se prefería evitar toda explicación del fenómeno, atribuyéndolo habitualmente a las imperfecciones de la materia; efecto que se habría dejado sentir de manera cada vez más pronunciada al aumentar las dimensiones de la fabricación.

La teoría que Galileo desarrolla en la segunda jornada hace justicia a este punto de vista: no son las imperfecciones de la materia las que producen el fenómeno, sino el mero hecho de que ella tiene una resistencia finita. Incluso suponiendo una materia libre de imperfecciones, sólo es posible ampliar la escala hasta un cierto punto, más allá del cual la fabricación, aun siendo completamente conforme al modelo, termina por sucumbir a su propio peso sin que hayan de intervenir factores externos. Además de las demostraciones matemáticas, desarrolladas todas de manera impecable bajo la guía de la teoría de las proporciones, es este el mensaje principal de la segunda jornada y de toda la teoría de los materiales.

LA CIENCIA DEL MOVIMIENTO

El primer documento importante referido al tratamiento matemático del movimiento acelerado aparece el 16 de octubre de 1604, cuando Galileo le escribe a Paolo Sarpi, con quien muchas veces había tenido la ocasión de discutir sobre éste y otros argumentos:

> *«Al volver a pensar acerca de las cuestiones del movimiento, en las cuales, para demostrar los accidentes observados por mí, me hacía falta un principio totalmente indudable que pudiera ponerlo como axioma, se me han reducido a una proposición que tiene mucho de natural y de evidente; y partiendo de ella, demuestro después lo demás, es decir, que los espacios recorridos por el móvil natural estarán en proporción doble a los tiempos y que, en consecuencia, los espacios recorridos en tiempos iguales serán como los números impares respecto a la unidad, y las otras cuestiones»*[4].

Tenemos aquí un primer punto al que conviene prestar mucha atención: Galileo ha *observado* un cierto número de *accidentes* en el movimiento de caída de los graves, y está a la búsqueda de un principio y (habrá que añadir, de un método matemático) que permita unificarlos en una teoría del movimiento. En otras palabras, él ya conoce los resultados a los que quiere llegar: en primer lugar, *la ley horaria* (los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos) y *la ley de los números impares*(los espacios recorridos en tiempos igua-

[4] *Opere* X, p. 115.

les desde el inicio del movimiento son entre sí como los números impares). Lo que Galileo busca es, por tanto, el descubrimiento no de las leyes que gobiernan el movimiento, sino, más bien, de un principio unitario del que ellos se deriven y de una teoría matemática que recoja dentro de sí los resultados anteriormente alcanzados. El hecho en sí no es sorprendente: la sistematización axiomático-deductiva de una teoría sigue siempre a la adquisición de sus principales líneas fundamentales: no se demuestra más que aquello que se conoce.

Ahora había encontrado el principio que faltaba:

> *«Y el principio es éste: que el móvil natural va aumentando de velocidad en la misma proporción en que se distancia del principio de su movimiento; por ejemplo, si el grave cae desde el extremo A a lo largo de la línea ABCD, supongo que el grado de velocidad que tiene en C respecto al grado de velocidad que tenía en B será como la distancia CA respecto a la distancia BA, y así, en consecuencia, tendrá en D un grado de velocidad mayor que en C según sea mayor la distancia DA que la CA»*[5].

El punto de partida de la ciencia del movimiento acelerado es, por tanto, la proporcionalidad entre la velocidad y la distancia desde el punto de inicio del movimiento: un principio erróneo, pero no carente de atractivo; hasta el punto de que se lo vuelve encontrar en no pocos pensadores de principios del siglo XVII. A propósito de los motivos de la opinión de Galileo se han escrito no pocas páginas, entre ellas las muy hermosas de Koyré[6]: preeminencia de la geometría del espacio sobre la experiencia temporal, posición central de la teoría de las proporciones en la geometrización del movimiento. Este último es un tema recurrente en toda la obra galileana, dado que no hay otra manera de tratar matemáticamente (es decir geométricamente) sobre las magnitudes, más que encuadrándolas en el esquema trazado en el quinto y sexto libro de los *Elementos* de Euclides. Ahora bien, la teoría de las proporciones es esencialmente una teoría lineal, y de la constatación de que la velocidad aumenta al aumentar el espacio recorrido («vires acquirit eundo[7]») a la hipótesis de que aumenta proporcionalmente apenas hay un paso, se diría que casi obligado, a no ser que se renuncie a una elaboración matemática basada en la relación velocidad-espacio.

A estas argumentaciones querría añadir una tercera que implica la cuestión central del estado epistemológico de la noción, o mejor dicho de las nociones, de velocidad.

---

[5] *Opere*, X, p. 115.

[6] *Études galiléennes* cit., pp. 96-98.

[7] N. T. «gana fuerzas al desplazarse».

Si se ojea un texto escolástico de física, al comienzo de la cinemática, se encontrará la definición de velocidad media de un movimiento genérico como la relación entre espacio recorrido por el móvil y el tiempo empleado en recorrerlo. Esta definición, a la que corresponde la ausencia, al menos para las velocidades acostumbradas, de una unidad especial de medida, está de tal manera ligada al lenguaje común que raras veces se cae en la cuenta de que ella es posible sólo en un estadio bastante avanzado de la algebrización de la física, o si se quiere de la matemática; es decir, cuando se ha confirmado o, al menos, admitido la equivalencia entre las relaciones de magnitudes y números, y por tanto la posibilidad, una vez escogida la unidad de medida, de expresar con un número una magnitud escalar cualquiera que sea. Para quienes, como Galileo y los geómetras que desde Euclides le precedieron, *ratio* y *numerus* constituyen todavía dos regiones contiguas pero separadas, la relación entre espacio, tiempo y velocidad en el movimiento uniforme no podrá asumir la forma usual

$$v = s/t,$$

sino que se expresará de manera más enrevesada diciendo que las velocidades de dos movimientos uniformes tendrán una relación compuesta de la que se da entre los espacios y de la inversa de los tiempos. En fórmula:

$$v_1/v_2 = s_1/s_2 \cdot t_2/t_1$$

La diferencia entre estas dos expresiones distintas no radica sólo en la mayor laboriosidad de la segunda, un inconveniente en resumidas cuentas, de poca importancia: lo que más interesa en nuestro caso es que, mientras que la primera fórmula se puede usar, y se usa, para definir la velocidad, eso no sucede con la segunda, que sólo estableces las relaciones entre ellas. Este hecho, sin embargo no se limita a la magnitud particular que estamos considerando: quien use la teoría de las proporciones (y, por tanto, admita la posibilidad de establecer relaciones solamente entre magnitudes homogéneas) estará obligado, cada vez que pretenda considerar una nueva magnitud física, a definirla independientemente de las otras, enunciando, a la vez, una serie de axiomas de los cuales se puedan obtener las relaciones cuantitativas entre las magnitudes viejas y las nuevas.

En consecuencia, la velocidad, como cualquier otra magnitud, se introduce en dos niveles: uno metafísico, describiendo la naturaleza característica del movimiento; el otro operativo, al extraer de las definiciones y de los axiomas las modalidades de confrontación y las relaciones con otras variables cinemáticas. Este último análisis explica cómo podemos hacer para comparar las velocidades de dos movimientos (o de dos porciones del mismo movimiento) y calcular la relación.

El esquema que hemos trazado, aunque es suficiente para el tratamiento del movimiento uniforme, resulta todavía inadecuado para tratar la velocidad instantánea. El hecho es que esta última es de naturaleza distinta a la primera, y, por tanto, requiere que se precisen por separado su naturaleza y sus relaciones con la velocidad *tout court*, así como los mecanismos que permiten confrontar entre sí velocidades instantáneas distintas.

En este caso el camino seguido para las velocidades uniformes, que se podían confrontar entre sí a través de la consideración de los espacios recorridos y de los tiempos empleados, es impracticable. De hecho, la velocidad instantánea, por naturaleza, dura un instante, y, por tanto, no puede dar lugar a desplazamientos. Será pues necesario concretar otros sucesos que se produzcan también en un instante, a partir de cuya confrontación pueda llegarse al de las velocidades en el mismo instante. Galileo concreta tales fenómenos en el impacto de un grave sobre una materia no elástica:

> *«Depositad un grave sobre una materia que ceda, dejándolo hasta que presione cuanto puede él presionar con su sola gravedad: es evidente que si lo levantamos a la altura de uno o dos brazos (braccio) y lo dejamos después caer sobre la misma materia, provocará con el impacto una presión distinta, y mayor que la producida antes sólo con el peso: el efecto lo habrá causado el móvil al caer junto con la velocidad adquirida en la caída [...]. [Tal] efecto se hará cada vez mayor según sea mayor la altura de la que procede el impacto, es decir, según sea mayor la velocidad de lo que impacta. Así que a partir de la cualidad y cantidad del impacto podremos nosotros conjeturar sin error cuál es la velocidad de un grave que cae»*[8].

Así pues, he aquí que tenemos la velocidad ligada a la altura: dado que la velocidad determina la cuantía del impacto y dado que éste es proporcional a la altura desde la que cae el grave, la velocidad será también ella proporcional al espacio recorrido. Galileo considera tan evidente la proporcionalidad entre velocidad e impacto, que, con el descubrimiento de la ley correcta del movimiento (la velocidad instantánea es proporcional al tiempo), se ve obligado a abandonar al menos una de las dos hipótesis: velocidad proporcional al impacto o impacto proporcional a la altura. Él renunciará a esta última, a fin de mantener la primera.

> *«no obstante, si lo que percute es lo mismo, no puede determinarse la diferencia y momento de las percusiones, a no ser por la diferencia de la velocidad; por tanto, cuando lo que percute, al caer del doble de altura, provocara una percusión de momento doble, sería necesario que percutiera con una velocidad doble»*[9].

---

[8] *Opere* VIII, p. 199.

[9] Ibid., p. 205.

En fin, como confirmación ulterior del papel de los procesos del impacto en la definición de la velocidad instantánea, hay que señalar también la elección del término «momento de la velocidad» que Galileo usa para denominarla. Si, siguiendo a Torricelli, traducimos «momento» como «actividad»[10], o bien «eficacia», no podemos más que referirlo al impacto: la parte activa de la velocidad global en el impacto es precisamente la velocidad en el momento del contacto.

EL TRATAMIENTO MATEMÁTICO DEL MOVIMIENTO

En la carta a Sarpi, Galileo se limita a exponer sus resultados sin hacer la menor referencia a las demostraciones correspondientes. Respecto al teorema fundamental, la proporcionalidad entre los espacios y los cuadrados de los tiempos, esta cuestión aparece por primera vez en un escrito, que por su estructura y contenido, puede considerarse de la misma época que la carta a Sarpi. El fragmento comienza retomando en términos más formales la hipótesis de la proporcionalidad entre velocidad instantánea y distancia recorrida:

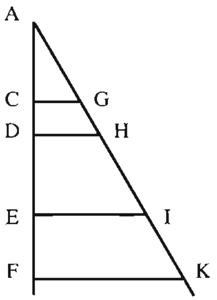
> *«yo supongo (y quizá podré demostrarlo) que el grave que cae de manera natural va aumentando progresivamente su velocidad según aumenta la distancia del extremo de donde se partió: por ejemplo, si el grave parte del punto A y cae a lo largo de la línea AB, supongo que el grado de velocidad en el punto D es tanto mayor que el grado de velocidad en C cuanto mayor es la distancia DA que la distancia CA, y que, en consecuencia, el grado de velocidad en E es al grado de velocidad en D como EA respecto a DA, y que, por consiguiente, en cualquier punto de la línea AB se halla con un grado de velocidad proporcional a las distancias de los mismos puntos desde el extremo A. Este principio me parece muy natural, y que responde a todas las experiencias que vemos en los instrumentos y máquinas que operan mediante percusión, donde el percutor causa tanto más efecto cuanto más grande es la altura desde la que cae; y dando por supuesto este principio, demostraré el resto»*[11].

Vemos aquí otra vez repetida la proporcionalidad entre velocidad y altura, derivada, como más tarde en los *Discursos*, de la ya explícita entre altura de caída y efectos del impacto, y de la implícitamente asumida entre estos últimos y velo-

[10] «El momento, o bien, actividad», *Lezioni accademiche* II. «Della percossa». *Opere di E. Torricelli*, vol. II, p. 6.

[11] *Opere*, VIII, p. 373.

cidad. Una vez enunciadas, se pasa a reformular las hipótesis en términos geométricos:



«Forme la línea AK un ángulo cualquiera con la AF, y trácense por los puntos C, D, E, F las paralelas CG, DH, EI, FK. Y, dado que las líneas FK, EI, DH, CG son entre sí como las FA, EA, DA, CA, entonces las velocidades en los puntos F, E, D, C son como las líneas FK, EI, DH, CG. Por tanto, van aumentando progresivamente los grados de velocidad en todos los puntos de la línea AF conforme al incremento de las paralelas trazadas desde todos esos mismos puntos»[12].

Estamos ahora en el punto crucial de la demostración: es decir, en la relación entre las velocidades instantáneas, los grados de velocidad y la velocidad. Dice Galileo:

> *«Por otra parte, dado que la velocidad con la que el móvil ha llegado de A a D está compuesta de todos los grados de velocidad obtenidos en todos los puntos de la línea AD, y la velocidad con que ha recorrido la línea AC está compuesta de todos los grados de velocidad obtenidos en todos los puntos de la línea AC, entonces la velocidad con que ha recorrido la línea AD respecto a la velocidad con que ha recorrido la línea AC, tiene la misma proporción que tienen todas las líneas paralelas trazadas desde todos los puntos de las línea AD hasta la AH respecto a todas las paralelas trazadas desde todos los puntos de la línea AC hasta la AG»*[13].

Es oportuno detenerse aquí un momento, dado que es éste uno de los puntos centrales del método galileano. Pues bien, en el movimiento acelerado tenemos dos tipos de velocidad, ambos variables: el primero está representado por la «velocidad con la que el móvil recorre una línea dada», que naturalmente cambiará en función de la línea que se considere; el segundo, por los grados de velocidad. La cuestión esencial consiste en que la primera está compuesta de todos los grados de velocidad adquiridos en los diversos puntos de la línea en cuestión. Como veremos en un momento, son estas velocidades, que denominaré «velocidades complexivas», las que están en relación con las otras magnitudes cinemáticas, espacio y tiempo. Los grados de velocidad (las velocidades instantáneas) son, en cierto sentido, los componentes infinitesimales de las velocidades complexivas: estás últimas, constituyen su «suma». En cualquier caso, las relaciones

[12] *Ibid.*

[13] *Ibid.*

entre las velocidades complexivas son iguales a las relaciones entre todos los grados de velocidad que las componen.

Para calcular esos grados, Galileo acude a las relaciones entre todas las paralelas con todas las paralelas, y pasando de estas a aquellas, entre las áreas de los respectivos triángulos:

> *«Y esta proporción es la que mantiene el triángulo ADH con el triángulo AGC, es decir, el cuadrado AD con el cuadrado AC. Entonces la velocidad con que se ha recorrido la línea AD respecto a la velocidad con que se ha recorrido línea AC está en proporción doble a la que tiene DA respecto a CA»*[14].

Una vez obtenidas las relaciones entre las velocidades complexivas (que son entre sí como las áreas de los triángulos y, por tanto, como los cuadrados de los espacios recorridos, dado que las bases son proporcionales a las alturas), se trata de obtener de aquellas las relaciones entre espacios y tiempos. Es ahí donde la argumentación de Galileo es más débil, y donde fuerza el instrumento matemático del que dispone, la teoría de las proporciones, para llegar al resultado pretendido. De hecho, una deducción correcta habría debido llevar al resultado (evidentemente absurdo) de que los tiempos del trayecto, que son directamente proporcionales a los espacios e inversamente proporcionales a las velocidades, son como el inverso de los espacios recorridos, y recíprocamente, que los espacios son inversamente proporcionales a los tiempos. Galileo, en cambio, argumenta de manera diferente:

> *«y, dado que la velocidad respecto a la velocidad tiene una proporción contraria a la que tiene el tiempo respecto al tiempo (aunque aumentar la velocidad es lo mismo que disminuir el tiempo), entonces el tiempo del movimiento en AD respecto al tiempo del movimiento en AC está en proporción subduplicada respecto a la que tiene la distancia AD respecto a la distancia AC»*[15].

Este razonamiento contiene dos errores: el primero en la afirmación de que las velocidades son inversamente proporcionales a los tiempos, que es válida sólo si los espacios recorrido son iguales, lo que no sucede en nuestro caso; y el segundo cuando de esa «proporción contraria» deduce que el tiempo es como la raíz cuadrada del espacio. En ambos casos nos encontramos con procedimientos retóricos basados en el equívoco entre lenguaje matemático y lenguaje común. En un

---

[14] *Ibid.*

[15] *Opere*, III, pp. 373-74.

principio, el lector (¿Galileo?) se convencerá de que las velocidades están en proporción contraria a los tiempos, sobre la base no de la teoría de las proporciones, sino del argumento de que, si aumenta la velocidad, disminuye el tiempo; tras lo cual, se pasa a jugar con los términos «proporción contraria» atribuyéndole un significado que le es matemáticamente, pero no lógicamente, extraño.

Al final de esta serie de saltos mortales Galileo puede afirmar:

> *«Por tanto, las distancias desde el principio del movimiento son como los cuadrados de los tiempos; y, dividiendo, los espacios recorridos en tiempos iguales son como los números impares respecto a la unidad; lo cual responde a lo que siempre he dicho y observado con la experiencia; y así todas las verdades concuerdan»*[16].

CRISIS Y ABANDONO DEL ESQUEMA ESPACIAL

No hay documentos que indiquen cuándo abandona Galileo la hipótesis errónea de la proporcionalidad entre velocidad y espacio, para sustituirla por la correcta de la velocidad instantánea proporcional al tiempo, pero este paso, casi con toda seguridad, ya se había dado en 1610, cuando deja la universidad de Padua para regresar a Florencia.

Sin embargo, no hay que creer que, una vez reconocida la proporcionalidad entre velocidad y tiempo, la demostración sea inmediata. Por el contrario, una aplicación inmediata del esquema demostrativo apenas vislumbrado con la única sustitución de la hipótesis errónea por la correcta, llevaría a concluir que las velocidades complexivas son proporcionales a los cuadrados de los tiempos (y no a los de los espacios como anteriormente), y, por tanto, en un último análisis, a que los espacios son proporcionales a los cubos de los tiempos.

No tenemos documentos que ilustren las posibles tentativas de Galileo en este sentido. Sin embargo, por indicios, se pueden encontrar, si no directamente en los manuscritos galileanos, sí en la obra de un autor muy próximo a Galileo.

El pasaje que aquí interesa se encuentra en el *Espejo Ustorio*[17], un opúsculo que Buenaventura Cavalieri, hermano jesuata y profesor de matemáticas en Bolonia, uno de los miembros más cualificados de la primera escuela galileana, publica en 1632. El párrafo es muy conocido, sobre todo porque la publicación del libro, y, en particular, del capítulo acerca del movimiento, mereció la protesta, tan breve como airada, de Galileo, que se veía defraudado por la publicación de

---

[16] *Opere*, III, pp. 374.

[17] *Lo Specchio Ustorio, overo Trattato delle Settioni Coniche ed alcuni loro mirabili effetti intorno al Lume, Caldo, Freddo, Suono, e Moto ancora*, Ferroni, Bolonia 1632.

los resultados de un «estudio de más de cuarenta años, que, en gran parte, le he facilitado con generosa confianza a dicho Padre»[18].

Las relaciones entre Cavalieri y Galileo fueron generalmente epistolares. Después de los años 1617-1620, durante los cuales el jesuata, que residía en Pisa, tuvo ocasión de pasar un cierto tiempo en Florencia, ambos se encontraron una sola vez y por un breve espacio, entre finales de enero y los primeros días de febrero de 1626, cuando Cavalieri, de viaje desde Lodi (adonde se había trasladado en 1620) hacia Roma, se detuvo en Florencia para hacer una visita al Maestro. En las cartas de Cavalieri (las de Galileo en respuesta, además de bastantes escasas, en gran parte se han perdido[19]) se menciona el problema del movimiento sólo en el periodo romano (febrero-marzo de 1626[20]). Por tanto, se puede admitir que Galileo le hubiera «facilitado con generosa confianza» sus estudios sobre el movimiento con ocasión de la visita de 1626. Además, justamente por aquellos años escribe Cavalieri un tratado sobre el movimiento del que no queda huella alguna, salvo que su existencia está testimoniada por el escolio final que se contiene en las versiones manuscritas de la *Geometría de los indivisibles*, que se puede datar en torno a 1629: *«magnum de motu opus molior»*[21] N. T. *«pongo en marcha una gran obra sobre el movimiento»*. Es significativo que tales alusiones aparezcan suprimidas en la edición impresa (1635) de la *Geometría*, y no se puede descartar que la reacción de Galileo al *Espejo Ustorio* hubiera desempeñado un papel importante en la desaparición del tratado sobre el movimiento de Cavalieri.
Pero pasemos al párrafo que nos interesa, es decir, al capítulo X 10 LI del *Espejo Ustorio*. Tras haber citado la ley de los números impares del *Diálogo sobre los dos máximos sistemas*, impreso en el mismo año, dice:

> *«Si, por ejemplo, un móvil, al dirigirse al centro, en un instante ha recorrido un brazo de espacio, en el segundo habrá recorrido 3, en el tercero 5, en el cuarto 7, en el quinto 9, y así en la misma proporción [...]»*[22].

Cavalieri pasa a continuación a representar geométricamente los grados sucesivos de velocidad de un grave en su caída:

---

[18] Carta a Cesare Marsili, 11 de Septiembre de 1632. *Opere,* XIV, p. 386.
[19] En total, se conocen 112 cartas de Cavalieri a Galileo, y sólo 2 de Galileo a Cavalieri. Todas se encuentran publicadas en las *Opere* de Galileo.
[20] Véanse en particular las cartas del 29 febrero de 1626: «he empezado a pensar sobre el movimiento [...]», Y, sobre todo, la del 21 de marzo siguiente, en la que Cavalieri le pide a Galileo que le aclare el motivo de por qué "el móvil que tiene que pasar del estado de reposo a cualquier grado de velocidad ha de pasar por los intermedios [...]" (*Opere,* XIII, pp. 309 y 311).
[21] De la *Geometria,* o mejor dicho de sus primeros seis libros, tenemos dos códices manuscritos, ninguno de ellos autógrafo. El primero se conserva en la Biblioteca Nacional de Florencia, el segundo en la Biblioteca de la Academia Etrusca de Cortona.
[22] *Lo Specchio ustorio* cit., p. 158.

«Ahora me he esforzado en llegar a esta misma conclusión por otra vía (después de habérserla oído al anteriormente citado Sr. Galileo) considerando en un círculo los grados de las velocidades que, si se parte del estado de reposo, van aumentando hasta el máximo del mismo círculo, en el que el centro representa el grado nulo de velocidad o, dicho de otra forma, el estado de reposo, y las circunferencias que se pueden describir alrededor del mismo centro los grados de las distintas velocidades, los cuales, si queremos tomarlos todos juntos, conviene que consideremos trazados todos los círculos posibles de describir en torno al centro»[23].

Se habrá notado que la hipótesis de la proporcionalidad entre velocidad y tiempo no aparece aquí de manera explícita; y sólo más adelante se dirá que el radio del círculo representa al tiempo. En efecto, más que acerca de la proporcionalidad entre velocidad y tiempo, Cavalieri centra su atención en el hecho de que cada circunferencia se corresponde con un grado de velocidad adquirido por el móvil, es decir, en última instancia, en aquel principio de continuidad que en aquella época era sin duda mucho menos natural de lo que parece hoy, y sobre cuya validez se había preguntado el mismo Galileo algunos años antes.

En este punto Cavalieri introduce la noción de velocidad complexiva:

«[...] que haciendo la suma de sus circunferencias, podremos afirmar que conocemos la verdadera cantidad de todos los grados de velocidad que median entre el estado de reposo y el grado máximo de aquel círculo»[24].

Por tanto, sumando todas las circunferencias, es decir, todos los grados de velocidad, es como se obtiene «la verdadera cantidad de todos los grados de velocidad», esto es, la velocidad complexiva. El lenguaje de Cavalieri es aquí muy burdo y directo: habla explícitamente de *suma* de todos los grados de velocidad, un término que él mismo en la *Geometría*, y Galileo en los *Discursos*, se preocupará de eliminar, usando términos como *agregado* o *composición*.

---

[23] *Ibid.*

[24] *Ibid.*, p. 159. Nótese que a la velocidad complexiva no se alude con un término propio, sino que, de manera significativa, se la define como «la verdadera cantidad de todos los grados de velocidad». Ahora bien, el término «cantidad» remite inmediatamente a la teoría de las proporciones: lo que tiene cantidad –dice Cavalieri– tiene proporción con las otras magnitudes cinemáticas; no son los grados de velocidad, sino la «suma» de ellos, en nuestra terminología «la velocidad complexiva».

Pero ¿cómo hacer la suma de todas las circunferencias? Es en este punto donde la nueva geometría[25] acude en auxilio por medio de la identificación entre grados de velocidad e indivisibles:

> *«Ahora bien, dado que parece cosa imposible sumar infinitas circunferencias, yo me sirvo del área del mismo círculo, y extraigo las proporciones de las velocidades agregadas, comenzando por el centro, o estado de reposo, llegando hasta la circunferencia más externa, es decir, al máximo. Como ya he demostrado en mi Geometría que la misma proporción que mantienen los círculos entre sí la mantienen también todas las circunferencias que se pueden describir en torno al centro del uno respecto a todas las circunferencias que se pueden describir en torno al centro del otro, por ello, si en nuestro círculo, en el que pretendo medir las velocidades agregadas, a la distancia, por ejemplo, de un tercio del semidiámetro voy a trazar un círculo cuya circunferencia represente un grado tal de velocidad, sabré que la misma proporción que mantiene el círculo grande con el pequeño la mantendrán también todas las circunferencias concéntricas del círculo grande con todas las circunferencias concéntricas del pequeño, es decir, todos los grados de velocidad adquiridos al pasar desde el estado de reposo al grado máximo con todos los grados adquiridos al pasar de dicho estado de reposo al grado intermedio que hemos fijado; pero los círculos son entre sí como los cuadrados de los semidiámetros, entonces también dichas velocidades aumentarán conforme al incremento de los cuadrados de los semidiámetros [...]»*[26].

Las velocidades complexivas son, por tanto, entre sí como los cuadrados de los radios. Si ahora se pretendiese seguir aplicando a estas velocidades las reglas del movimiento, según las cuales los espacios tienen una proporción compuesta de las velocidades y de los tiempos, se debería concluir que los espacios recorridos varían como los *cubos* de los tiempos empleados, un resultado obviamente inaceptable.

Para eludir estas conclusiones, Cavalieri hace una pirueta lógica que recuerda a la otra semejante que llevó a cabo Galileo casi treinta años antes, y concluye:

---

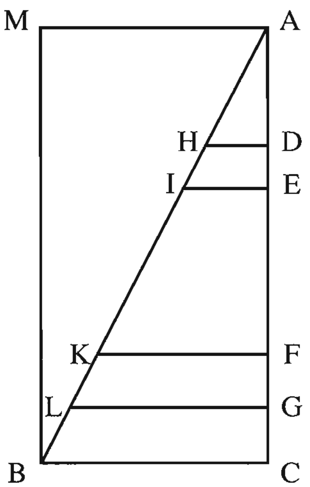
[25] *Geometria Indivisibilibus Continuorum nova quadam ratione promota*, Ferroni, Bolonia 1635. Véase, en particular, la Proposición 4 del libro VI: «dati circuli, necnon similes sectores inter se sunt, ut omnes eorundem circumferentiae» («Dos círculos dados, o sectores semejantes, son entre sí como todas sus circunferencias»).

[26] *Lo Specchio Ustorio* cit., p. 160.

«Pero con la misma proporción que aumenta la velocidad del móvil, aumentan también los espacios recorridos por el mismo móvil, como es lógico, ya que el que adquiere tanta velocidad como resulta tener, gana también fuerza para recorrer otro tanto espacio, y así con las demás proporciones. Entonces los espacios recorridos por el móvil, en el cual se van agregando las velocidades, serán como los cuadrados de los semidiámetros de los círculos, en los que se pueden considerar dichas velocidades, es decir, como los cuadrados de los tiempos, los cuales consideraremos que están en el semidiámetro del círculo dado [...]»[27].

El defecto del método de Cavalieri consiste en haber confrontado movimientos que se producen en tiempos distintos; cuando, en cambio, si se confrontan movimientos distintos en tiempos iguales, se llega a un resultado correcto sin tener necesidad de aventurarse a tales acrobacias lógicas.

Un ejemplo a propósito se encuentra en el mismo Galileo, y precisamente en la segunda jornada del *Diálogo sobre los dos máximos sistemas*, cuando Salviati demuestra la *ley de la doble distancia*: de dos móviles, el primero de los cuales se mueve con movimiento acelerado a partir del estado de reposo y el otro con velocidad uniforme igual a la velocidad máxima, este último recorre el doble de espacio que el primero. De esta ley Salviati da una demostración que, sin embargo, considera sólo probable, a pesar de las protestas de Sagredo:



«para representar los infinitos grados de velocidad que preceden al grado DH, conviene imaginar infinitas líneas cada vez más pequeñas, que se suponen trazadas desde los infinitos puntos de la línea DA, paralelas a la DH; tal infinidad de líneas la representa, por último, la superficie del triángulo AHD; y así supondremos, cualquiera que sea el espacio recorrido por el móvil con un movimiento que, comenzando desde el estado de reposo, se vaya acelerando uniformemente, haber agotado y empleado los infinitos grados crecientes de velocidad, conforme a las infinitas líneas, que, comenzando desde el punto A, se imaginan trazadas como paralelas a la línea HD y a las IE, KF, LG, BS, prolongándose el movimiento cuanto se quiera».

[27] *Ibid.*, p. 160. Nótese, como confirmación de lo que decíamos poco más arriba, cómo Cavalieri introduce el principio fundamental del movimiento de los graves, es decir, la proporcionalidad entre grados de velocidades y tiempos, con el único fin de la demostración, y también aquí de manera nada explícita, sino, más bien, identificando los tiempos con los distintos radios de los círculos. A este respecto, se podría poner en duda hasta qué punto Cavalieri había entendido realmente la arquitectura de la teoría galileana de la caída de los graves.

«Dibujemos ahora el paralelogramo completo AMBC, y prolonguemos hasta su lado BM no sólo las paralelas indicadas en el triángulo, sino las infinitas que se suponen trazadas desde todos los puntos del lado AC. Y del mismo modo que la BC era la mayor de las infinitas del triángulo que representa el grado máximo de velocidad adquirido por el móvil en el movimiento acelerado, y que toda la superficie de ese triángulo era la masa y la suma de toda la velocidad con la que ha recorrido en el tiempo AC un espacio tal, así también el paralelogramo viene a ser una masa y agregado de otros tantos grados de velocidad, pero igual cada uno al máximo BC, la masa de velocidad que viene a ser el doble de la masa de las velocidades crecientes del triángulo, así como dicho paralelogramo es el doble del triángulo; y, sin embargo, si el móvil que en su caída se ha servido de los grados de velocidad acelerada, conforme al triángulo ABC, ha recorrido en ese tiempo un espacio tal, es muy razonable y probable que sirviéndose de las velocidades uniformes, que corresponden al paralelogramo, recorra con movimiento uniforme en el mismo tiempo el doble de espacio recorrido por el móvil acelerado»[28].

El método de las velocidades complexivas es, por tanto, compatible con la confrontación de movimientos que se producen en el mismo tiempo. Asimismo, queda claro que la confrontación de movimientos que se producen en tiempos iguales es suficiente para obtener además de la ley de la doble distancia también la de los números impares y, consiguientemente, en definitiva, la ley horaria del movimiento.

Pero, por otra parte, la necesidad de tomar en consideración sólo movimientos que se produzcan en tiempos iguales resta al método de las velocidades complexivas aquel carácter de universalidad que lo convertía en el eje de la teoría del movimiento, y lo transforma, en cambio, en un simple expediente matemático carente de justificación teórica. De hecho, una cosa es construir un método general que permita pasar de los momentos de la velocidad a las velocidades complexivas, y de éstas a las relaciones entre espacio y tiempo, y otra, proporcionar un artificio que permita (es cierto) obtener la relación entre los espacios recorridos en el caso en que los movimientos se desarrollan en tiempos iguales, pero su aplicación está limitada a esta única situación.

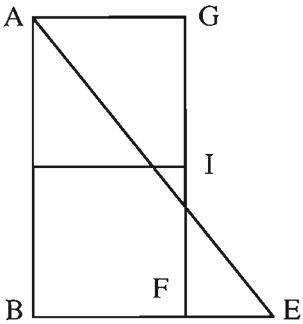
En el primer caso se tiene una teoría general del movimiento; en el segundo, un expediente de dudosa validez y sujeto a las más variadas críticas. Más vale pues abandonarlo del todo y buscar las leyes del movimiento directamente en la confrontación de las velocidades instantáneas. Bastará ahora parafrasear una demostración medieval bien conocida para obtener el primer teorema de los *Discursos*:

---

[28] *Opere*, VII, p. 254.

«Teorema 1, proposición I. El tiempo en el que se recorre un determinado espacio con un movimiento uniformemente acelerado partiendo del estado de reposo es igual al tiempo en que el mismo espacio sería recorrido por el mismo móvil si se trasladara con un movimiento uniforme cuyo grado de velocidad sea la mitad entre el mayor y el último grado de velocidad del movimiento uniformemente acelerado anterior.

Represéntese con la extensión AB el tiempo en que un móvil recorre el espacio CD con movimiento uniformemente acelerado a partir del estado de reposo en C; y el mayor y último de los grados de la velocidad creciente en los instantes del tiempo AB represéntese con EB, dondequiera que se sitúe AB; una vez trazada AE, todas las líneas que parten de cada uno de los puntos de la línea AB paralelamente a la BE representan los grados crecientes de la velocidad del instante A. Si después BE se divide en F en dos partes iguales y se trazan FG, AG como paralelas a BA, BF, se habrá construido el paralelogramo AGFB igual al triángulo AEB, que con su lado GF divide en I a AE en dos partes iguales. Si a continuación se prolongan hasta IG las paralelas del triángulo AEB, habremos obtenido el agregado de todas las paralelas contenidas en el cuadrilátero, igual al agregado de todas aquellas contenidas en el triángulo AEB; de hecho, las que están en el triángulo IEF son semejantes a las contenidas en el triángulo GIA, en tanto que aquellas que se encuentran en el trapecio AIFB son comunes. Y, como a todos y cada uno de los instantes del tiempo AB les corresponden todos y cada uno de los puntos de la línea AB, las paralelas trazadas desde ellos y comprendidas en el triángulo AEB representan los grados crecientes de la velocidad que aumenta, mientras que las paralelas contenidas en el paralelogramo representan de igual manera otros tantos grados de velocidad no creciente, sino constante; es evidente que cuantos momentos de velocidad se hayan consumido en el movimiento acelerado de acuerdo con las paralelas crecientes del triángulo AEB, otros tantos se habrán consumido en el movimiento uniforme de acuerdo con las paralelas del paralelogramo GB; de hecho, la cantidad de momentos que falta en la primera mitad del movimiento acelerado (y faltan los momentos representados por las paralelas del triángulo AGI) se recupera con los momentos representados por las paralelas del triángulo IEF. Es evidente, por tanto, que serán iguales los espacios recorridos en el mismo tiempo por dos móviles, uno de los cuales se mueve con movimiento uniformemente acelerado partiendo del estado de reposo, y el otro con movimiento uniforme conforme a un momento



que sea la mitad del momento mayor de la velocidad del movimiento acelerado: que era lo que había que demostrar[29]».

Respecto a la «probable» demostración de seis años antes, ha desaparecido aquí toda referencia explícita a la masa (agregado, suma) de las velocidades, es decir, a la velocidad complexiva. Se trata de una renuncia impuesta, como hemos dicho, por la incapacidad del esquema demostrativo para tratar movimientos que se producen en tiempos distintos, y, consiguientemente, tanto más necesaria en la medida en que, usada al margen del ámbito estricto de su campo de validez, habría llevado inevitablemente a resultados contradictorios entre sí y, por tanto, en última instancia, al derrumbe de la teoría matemática del movimiento.

Sin embargo, en su lugar no encontramos una teoría distinta, sino solamente un juego de palabras: el vacío dejado por la desaparición de la velocidad complexiva se ha rellenado con figuras retóricas. De hecho, ahora deja de ser posible inferir lógicamente la igualdad de los espacios recorridos partiendo de la igualdad de las áreas de las figuras que se examinan, el triángulo y el cuadrado (a partir de la igualdad de todas las velocidades instantáneas de dos movimientos, podríamos decir parafraseando la teoría de los indivisibles de Cavalieri). A la demostración matemática la sustituyen artificios verbales, primero con el término «*otros tantos* momentos de velocidad» (*totidem velocitatis momenta*), que toma por un lado, el significado de «un número igual de

[29] *Opere*, VIII, pp. 208-9; véase además, pp. 183-84 («Theorema 1, Propositio 1). Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.
Repraesentetur per extensionem AB tempus in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium CD; graduum autem velocitatis adauctae in instantibus temporis AB maximus et ultimus repraesentetur per EB, utcunque super AB constitutam; iunctaque AE, lineae omnes ex singulis punctis lineae AB ipsi BE acquidistanter actae, crescentes velocitatis gradus post instans A repraesentabunt. Divisa deinde BE bifariam in F, ductisque parallelis FG, AG ipsis BA, BF, parallelogrammum AGFB erit constitutum, triangulo AEB aequale, dividens suo latere GF bifariam AE in I: quod si parallelae trianguli AEB usque ad IG extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum aequalem aggregatui comprehensarum in triangulo AEB; quae enim sunt in triangulo IEF pares sunt cum contentis in triangulo GIA; eae vero quae habentur in trapezio AIFB, communes sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis AB respondeant singula et omnia puncta lineae AB, ex quibus actae parallelae in triangulo AEB comprehensae crescentes gradus velocitatis adauctae repraesentant, parallelae vero intra parallelogrammum contentae totidem gradus velocitatis non adauctae, sed aequabilis, itidem repraesentent; apparet, totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli AEB, ac in motu aequabili iuxta parallelas parallelogrammi GB: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli AGI repraesentata), reficitur a momentis per parallelas trianguli IEF repraesentatis. Patet igitur, aequalia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero, motu aequabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus: quod erat intentum».

grados de velocidad» (a causa de la correspondencia biunívoca entre velocidades instantáneas en los dos movimientos) y, por otro, el de «agregado de los mismos momentos» (como cuando se dice que aquella parte de los momentos que falta al principio queda compensada con el exceso en la parte final del movimiento), por medio del cual puede superar, sin mención explícita, la vieja velocidad complexiva. Nos encontramos aquí ante un verdadero salto lógico confirmado por reiteradas ostentaciones de seguridad: *apparet*, *patet* («está claro», «es evidente»).

Y, sin embargo, una demostración tan incompleta es más segura que aquella que se había obtenido por medio del método de las velocidades complexivas. Éste se presentaba, de hecho, como un método general que podía encontrar justificación sólo en su aplicabilidad universal, como hemos visto, imposible de alcanzar. Por el contrario, el argumento usado en la demostración del Teorema I se presenta como una técnica *ad hoc*, y, por tanto, para usarla o abandonarla según convenga. Eso es lo que sucede, por ejemplo, en el subsiguiente Teorema III, donde se demuestra la *ley del plano inclinado* sin que se haga alusión a los procedimientos de tipo infinitesimal que habían caracterizado a redacciones anteriores y deduciendo, en cambio, a partir de la correspondencia biunívoca entre los momentos de la velocidad, la proporcionalidad entre espacios y tiempos.

En este punto ya no es necesario tener en consideración para nada las velocidades instantáneas, y Galileo puede construir, a partir de los dos teoremas demostrados, toda su cinemática y encontrar no sólo las leyes del movimiento de los graves en caída libre o a lo largo de un plano inclinado, sino también las que regulan el movimiento de los proyectiles, que de esta forma adquieren fundamentos seguros. Además de ellas, encuentran sistematización una serie de investigaciones infructuosas, pero no por ello abandonadas, sobre el movimiento de un grave a lo largo de dos cuerdas sucesivas de una circunferencia, residuos de estudios no llevados a término acerca del problema de la *brachistocrona*.

Para llegar a tanto, hay que pagar un precio nada pequeño. En efecto, la teoría física que Galileo había elaborado desde los primeros estudios matemáticos sobre la aceleración (y en particular, en la época de la carta a Sarpi de 1604) se centraba en un tratamiento conjunto de espacio, tiempo y velocidad. En ella las velocidades instantáneas, los momentos de la velocidad, se integraban para dar lugar a la velocidades complexivas de acuerdo con un esquema matemático que más tarde con Cavalieri habría de convertirse en la teoría geométrica de los indivisibles.

Eran después estas velocidades complexivas (que, a diferencia de los momentos de las velocidades, constituían las magnitudes geométricas sujetas a las leyes del libro V de los *Elementos* de Euclides) las que determinaban las relaciones entre espacios y tiempos, recuperando el papel de las velocidades en el movimiento uniforme. Las velocidades complexivas representaban, por tanto, el tránsito necesario entre los momentos de la velocidad, que al no permanecer más que un instante no podían producir movimiento alguno apreciable, y las magnitudes cinemáticas tradicionales, espacio y tiempo.

La renuncia a las velocidades complexivas en el movimiento acelerado, necesaria por la imposibilidad de una teoría carente de contradicciones, no implica sólo el abandono de un paso intermedio en las demostraciones. Esa renuncia supone también, y sobre todo, la constatación de la imposibilidad de un puente entre magnitudes infinitesimales (mejor dicho, instantáneas) y magnitudes macroscópicas. Para que ese puente encuentre un terreno firme será necesario abandonar el principio de la homogeneidad y aceptar la posibilidad del producto entre dos magnitudes distintas: con más precisión, dotar a los instantes indivisibles de Galileo de un espesor infinitesimal y sumar los infinitos espacios diminutos obtenidos mediante la multiplicación de estos tiempos diminutos por las respectivas velocidades. Estas dos operaciones, aunque, como hemos visto, estaban adaptadas a la mente de Galileo, no pueden tener cabida más que al precio de una alteración de la base matemática de la teoría y de un abandono de la teoría de las proporciones.

Ante esta perspectiva Galileo desiste. Otros, Descartes de manera indirecta, y después definitivamente Newton, recorrerán este camino. Galileo, en cambio, que está necesitado de una matemática sólida para fundar su programa de geometrización de la ciencia, paga el precio más alto y sacrifica la posibilidad de una teoría completa del movimiento a una matemática inadecuada.

La cinemática galileana, como se ve en los *Discursos*, es el resultado de este sacrificio: en ella encontramos, por una parte, las magnitudes cinemáticas tradicionales, espacio y tiempo, y las leyes que las rigen: la ley de caída de los graves en primer lugar, y después la de los proyectiles. Frente a éstas, separados por el abismo de la instantaneidad, se encuentran los momentos de la velocidad, que se confrontan entre sí, pero que no guardan proporción con otras magnitudes; en medio el vacío dejado por la desaparición de la velocidad complexiva se rellena con artificios verbales y argumentaciones que Galileo toma, incluso en su terminología, de la tratadística medieval.

De ahí, el carácter bifronte de la ciencia galileana del movimiento. Si se la observa con la mirada puesta en los desarrollos posteriores ella se nos muestra como el principio de la ciencia moderna; el primer paso de un camino que todavía hoy prosigue en la dirección trazada por el científico pisano. En cambio, considerada como punto de partida del recorrido intelectual de Galileo, la teoría del movimiento que el preso de Arcetri envía a la libre Holanda tiene las características si no de una derrota, al menos de un repliegue; destino tal vez obligado de las obras de los grandes espíritus que ven más allá de su propio tiempo y de sus propias posibilidades.

Traducción del italiano de *Joaquín Gutiérrez Calderón*
Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia